**План занятия № 23**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **дата** |  |  |  |  |  |  |  |
| **группа** |  |  |  |  |  |  |  |
| **курс обучения** | **1 курс** |  |  |  |  |  |  |

**Специальности:**

08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений;

21.02.05 Земельно-имущественные отношения.

**Преподаватель :** Ибраева З.Г.

**Дисциплина**:Математика.

**Тема раздела:** Основы тригонометрии.

**Тема занятия:** Основное тригонометрическое тождество.

**Вид занятия:** Комбинированный урок.

**Формируемые общие компетенции:**

ОК 1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

ОК 2. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности;

ОК 3. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие.

**Цель занятия:** создать условия для осознания студентами необходимости изучения математики.

**Задачи занятия:**

**Образовательные (обучающие):** формировать понятия тождества, умения доказывать тождества и упрощать тригонометрические выражения с использованием изученных формул.

**Развивающие:** развивать логическое мышление, память, умений сравнивать, выявлять закономерности, преодолевать трудности при решении математических задач, развивать познавательный интерес у учащихся. **Воспитательные:** воспитывать ответственного отношения к учебному труду, настойчивости для достижения конечных результатов при решении задач.

**Технологии обучения:** информационно – коммуникационная, здоровье сберегающая.

**Методы и приемы обучения:** информационные, словестные, объяснительно-иллюстративные.

**Средства обучения**:

**- вербальные:** Алимов Ш.А., Колягин Ю.М. «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 класс», Учебник издательство «Просвещение»,2015,2018.

**Место проведения**: кабинет 202

**Ход занятия**

**1. Организационный момент** *(2 мин.)*

* приветствие;
* проверка присутствующих и готовности студентов к проведению занятий;
* проверка готовности аудитории;
* сообщение целей занятия, формулирование цели занятия совместно с обучающимися

**2. Проверка выполнения, оценка и коррекция домашнего задания *(****15мин.)*

**Метод и форма проведения:**

Повторим основные понятия тригонометрии.

1. Переведите в градусную меру угол:

а) *π;* б) *;* в) *;* г) *;* д) 

2. Переведите в радианную меру угол:

а) 90º

б) – 180º

в) 360º

г) – 270º

д) 720º

3. Дайте определение sin α, cos α, tg α, ctg α.

4. Вычислите:

а) 

б) 

в) 4сos 90º – 8sin 30º

г) ctg260º + 2

5. Какое из чисел больше 0?

а) sin 340º

б) cos (–120º)

в) sin 50º

г) tg 170º

6. Какие из выражений не имеют смысла?

а) sin 90º

б) cos 0º

в) tg 90º

г) ctg 0º

**3. Мотивация** *(4 мин.)*

Итак, вы вспомнили изученный ранее материал. Эти знания вам пригодятся при дальнейшем изучении тригонометрии уже на этом уроке.

**4.Сообщение и усвоение новых знаний.(***30 мин)*

**Тема урока:** Основное тригонометрическое тождество.

**Цель урока:** формирование способности учащихся к новому способу действия, связанному с построением структуры изученных понятий и алгоритмов.

**План изучения темы:**

1. Понятие тригонометрического тождества;
2. Основные тригонометрические тождества.

**Тригонометрическое тождество** – это равенство, состоящее из тригонометрических соотношений, справедливое для всех допустимых значений входящих в него углов.

Основные тригонометрические тождества

***Слайд 3:***

sin2 α + cos2 α = 1 

 cos α ≠ 0, 

 sin α *≠* 0*,* α ≠ *πn,*

tg α *∙* ctg α *=* 1 , 

**Следствие:**



Иногда говорят не об основных тригонометрических тождествах, перечисленных в таблице выше, а об одном единственном **основном тригонометрическом тождестве** вида http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/basic_trigonometric_identity.png. Объяснение этому факту достаточно простое: равенства http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/001.png получаются из основного тригонометрического тождества после деления обеих его частей на http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/002.png и http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/003.png соответственно, а равенства http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/004.png и http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/005.png следуют из [определений синуса, косинуса, тангенса и котангенса](http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/sine_cosine_tangent_cotangent.html).

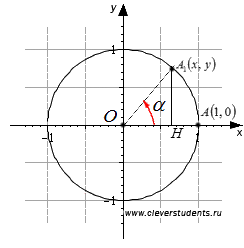
То есть, особый интерес представляет именно равенство http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/basic_trigonometric_identity.png, которому и дали название основного тригонометрического тождества.

Прежде чем доказать основное тригонометрическое тождество, дадим его формулировку: сумма квадратов синуса и косинуса одного угла тождественно равна единице. Теперь докажем его.

Обратимся к [единичной окружности](http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/unit_circle.html). Пусть начальная точка *A(1, 0)* после поворота на угол http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/alpha.png переходит в точку *A1*. В силу определений синуса и косинуса точка *A1* имеет координаты http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/006.png. Более того, точка *A1* лежит на единичной окружности, следовательно, ее координаты должны удовлетворять уравнению единичной окружности, которое имеет вид *x2+y2=1*. То есть, должно быть справедливо равенство http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/006_.png. Этим доказано основное тригонометрическое тождество для любых углов поворота http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/alpha.png.

Равенство http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/basic_trigonometric_identity.png часто называют теоремой Пифагора в тригонометрии. Поясним этот момент.

Возьмем единичную окружность. Повернем начальную точку *A(1, 0)* вокруг точки *O* на угол http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/alpha.png. Пусть точка *A* после этого поворота переходит в точку *A1(x, y)*. Опустим из точки *A1* перпендикуляр *A1H* на прямую *Ox*.



Рассмотрим прямоугольный треугольник *OA1H*. Хорошо видно, что в нем длины катетов *A1H* и *OH* равны соответственно [модулю](http://www.cleverstudents.ru/modulus/modulus_of_number.html) ординаты и абсциссы точки *A1*, то есть, *|A1H|=|y|* и *|OH|=|x|*, а длина гипотенузы *OA1* равна радиусу единичной окружности, то есть, *|OA1|=1*. *Теорема Пифагора* позволяет записать равенство *|A1H|2+|OH|2=|OA1|2*, которое мы можем переписать как *|y|2+|x|2=12* или *y2+x2=1*. Но по определению http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/007.png и http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/008.png, тогда от равенства *y2+x2=1* мы можем перейти к равенству http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/basic_trigonometric_identity.png.

Основное тригонометрическое тождество задает связь между синусом и косинусом одного угла. Это позволяет вычислять синус угла, когда известен косинус этого угла, и вычислять косинус угла, когда известен синус угла. Для этого достаточно равенство http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/basic_trigonometric_identity.png разрешить относительно синуса и косинуса соответственно: http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/009.png и http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/010.png. Знак перед корнем зависит от величины угла http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/alpha.png.

Основное тригонометрическое тождество очень часто используется при *преобразовании тригонометрических выражений*. Оно позволяет сумму квадратов синуса и косинуса одного угла заменять единицей. Не менее часто основное тригонометрическое тождество используется и в обратном порядке: единица заменяется суммой квадратов синуса и косинуса какого-либо угла.

Тождества, связывающие тангенс и котангенс с синусом и косинусом одного угла вида http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/011.png и http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/012.png

сразу следуют из определений синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Действительно, по определению синус есть ордината y, косинус есть абсцисса x, тангенс есть отношение ординаты к абсциссе, то есть, http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/013.png,

а котангенс есть отношение абсциссы к ординате, то есть, http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/014.png.

Благодаря такой очевидности тождеств http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/011.png и http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/012.png

часто определения тангенса и котангенса дают не через отношение абсциссы и ординаты, а через отношение синуса и косинуса. Так тангенсом угла называют отношение синуса к косинусу этого угла, а котангенсом – отношение косинуса к синусу.

В заключение этого пункта следует отметить, что тождества http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/011.png и http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/012.png

 имеют место для всех таких углов http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/alpha.png, при которых входящие в них тригонометрические функции имеют смысл. Так формула http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/011.png справедлива для любых http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/alpha.png, отличных от http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/015.png (иначе в знаменателе будет нуль, а деление на нуль мы не определяли), а формула http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/012.png - для всех http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/alpha.png, отличных от http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/016.png, где *z* - любое [целое число](http://www.cleverstudents.ru/numbers/integers.html).

Еще более очевидным тригонометрическим тождеством, чем два предыдущих, является тождество, связывающее тангенс и котангенс одного угла вида http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/005.png. Понятно, что оно имеет место для любых углов http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/alpha.png, отличных от http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/017.png, в противном случае либо тангенс, либо котангенс не определены.

Доказательство формулы http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/005.png очень просто. По определению http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/018.png и http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/019.png, откуда http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/020.png. Можно было доказательство провести и немного иначе. Так как http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/011.png и http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/012.png, то http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/021.png.

Итак, тангенс и котангенс одного угла, при котором они имеют смысл, есть [взаимно обратные числа](http://www.cleverstudents.ru/numbers/reciprocals.html).

**Тангенс и косинус, котангенс и синус**

Наконец, мы пришли к двум последним из основных тригонометрических тождеств http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/001.png. Они связывают тангенс и косинус, а также котангенс и синус одного угла.

Приведем их формулировки: сумма квадрата тангенса угла и единицы равна числу, обратному квадрату косинуса этого угла, а сумма единицы и квадрата котангенса угла равна числу, обратному квадрату синуса этого угла.

Вывод указанных формул можно провести, отталкиваясь от основного тригонометрического тождества вида http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/basic_trigonometric_identity.png. Если разделить обе части этого равенства на http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/002.png (при этом, конечно, http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/002.png должен быть отличен от нуля), то мы получим формулу http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/022.png. Если же обе части равенства http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/basic_trigonometric_identity.png разделить на http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/003.png (при этом http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/003.png должен быть отличен от нуля), то мы придем к тождеству http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/023.png.

Итак, тождество http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/022.png имеет место для любых http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/alpha.png, отличных от http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/015.png, а тождество http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/023.png - при любых http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/alpha.png, отличных отhttp://www.cleverstudents.ru/trigonometry/images/basic_trigonometric_identities/016.png .

Пример 1.Найдите значения cos *α*, tg *α*, ctg *α,* если sin *α* = .

Ответ: Так как **,** то .

Используя соотношения и  имеем: и .

***Самостоятельная работа студентов на занятии (10мин):***

***Формы деятельности:*** *(групповая)*

1 группа №444

2 группа №445

**5. Первичная проверка и закрепление изученного материала** *(20 мин.)*

*Выполнить № 459 (1,2,3,4) стр138 ОЛ1*

**Метод проведения:** *(фронтальный опрос)(5 мин)*

1. Что такое радианная мера, радиан?
2. Что такое синус? Что такое косинус?
3. Что такое тангенс и котангенс? Какие формулы тригонометрии вам известны?

**6. Подведение итогов занятия (анализ и оценка успешности достижения цели, результативность занятия и рефлексия)** *(2 мин.)*

**7. Задание на дом, инструктаж по его выполнению** *(2 мин.)*

1. Изучить и дополнить ОЛК по теме ОЛ 1, стр.135-137 ,№458

**Список литературы (для преподавателя)** Алимов Ш.А., Колягин Ю.М. «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 класс», Учебник издательство «Просвещение»,2015,2018

Башмаков М.И. «Математика», Учебник издательский центр «Академия», 2015

Преподаватель: Ибраева Заира Гереевна \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_