**Олимпиада по математике**

**для учащихся первого курса**

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

**Организатором олимпиады по математике является методист**

* Масанина Татьяна Николаевна

**Цели и задачи олимпиады**

* Развитие познавательных интересов учащихся к предмету «Математика».
* Формирование у учащихся здорового духа конкуренции, способных к индивидуальному соревнованию, умение находить оптимальные и верные решения в сложных условиях поставленных задач.
* Активизация творческой деятельности преподавателей.

# Порядок организации олимпиады

Проведение первого тура олимпиады возлагается на преподавателей математики.

Основными задачами оргкомитета являются:

* непосредственное руководство подготовкой и проведением олимпиады;
* обеспечение всем необходимым для проведения олимпиады (аудиторные помещения, аппаратно-программные средства, канцелярские и расходные материалы и пр.);
* анализ и обобщение итогов олимпиады, подготовка необходимых отчетных материалов для предоставления администрации.
* разрабатывает тексты заданий для участников олимпиады;
* определяет критерии оценки олимпиадных работ;
* проверяет и оценивает работы участников олимпиады;
* знакомит участников олимпиады с результатами проверки работ и рассматривает апелляции;
* проводит анализ выполненных заданий с участниками олимпиады.
* внесение предложения по совершенствованию организационно-методического обеспечения олимпиады.

# Порядок проведения олимпиады

Олимпиада проводится по общеобразовательным программам среднего (полного) общего образования в два этапа:

Первый этап: 22 октября по 30 ноября 2017 г. по установленному графику.

Второй этап: 13.11. 2017 г. в 14.00, каб. 33,34.

# Порядок участия в олимпиаде

В олимпиаде принимают участие учащиеся первого курса всех направлений, занявшие 1 и 2 места в олимпиаде внутри группы.

# Порядок определения победителей олимпиады

Победителями олимпиады считаются участники, занявшие 1-е, 2-е или 3-е место.

Численность победителей и призеров олимпиады определяется оргкомитет олимпиады.

**Критерии оценивания**

Максимальное количество баллов – 40.

Первое место присуждается учащимся, набравшим максимальное количество баллов, но не

меньше 28, второе место количество баллов от 27-24, третье место – количество баллов 23-20.

**Олимпиада по математике 2017-2018 уч. год**

1. **(3 балла).** Найдите значение дроби: $\frac{5x-4}{2x+7y}$ , если: $\frac{25x^{2}-40x+16}{4x^{2}+28xy+49y^{2}}=\frac{1}{3}$
2. **( 4 балла).** Постройте график функции: Постройте график функции:

 $y=\frac{x^{2}+5x-6}{x-1}$ .

1. **(5 балла).** Решить систему уравнений: $\left\{\begin{array}{c}\left(3x+y\right)^{2}+2\left(x-y\right)^{2}=96\\3x+y=2(x-y)\end{array}\right.$
2. **(6 баллов)**. На улице, встав в кружок, беседуют четыре девочки: Аня, Валя, Галя и Надя. Девочка в зеленом платье (не Аня и не Валя) стоит между девочкой в голубом платье и Надей. Девочка в белом платье стоит между девочкой в розовом платье и Валей. Платье какого цвета носит каждая девочка?
3. **(2 балла).** Найдите все корни уравнения: $\left|х-2014\right|=2015$ .
4. **(3 балла).** Восстановите пример: $АВС∙СВА=692443$.
5. **(3 балла).**  В забеге участвовал 41 спортсмен. Число спортсменов, прибежавших раньше Васи, в 4 раза меньше числа тех, кто прибежал позже него. Какое место занял Вася?
6. **(3 балла).** К числу 2014 слева и справа припишите по одной цифре так, чтобы получилось шестизначное число, делящееся на 45. Найдите все такие шестизначные числа. Объясните, как вы получили ответ.
7. **(5 баллов).** Найдите значения *a* и *b*, при которых равенство

 $\frac{5x+31}{\left(x-2\right)\left(x+2\right)}=\frac{a}{x-5}+\frac{b}{x+2}$ выполняется при всех допустимых значениях переменной *x*.

1. **(6 баллов).** При каких значениях *a* квадратные трехчлены

 $ x^{2}+ax+1 и x^{2}+x+a$ имеют общий корень?

***Решение***

1. $\left(\frac{5x-4}{2x+7y}\right)^{2}=\frac{1}{3}$$ ⇒ \frac{5x-4}{2x+7y}=\sqrt{\frac{1}{3}}$ .
2. Постройте график функции: $y=\frac{x^{2}+5x-6}{x-1}$

***Решение***.

*.* ; у = х + 6; ОДЗ: х1



1. Решить систему уравнений: $\left\{\begin{array}{c}\left(3x+y\right)^{2}+2\left(x-y\right)^{2}=96\\3x+y=2(x-y)\end{array}\right.$

Введём обозначения: $a=3x+y, b=x-y$

$\left\{\begin{array}{c}a^{2}+b^{2}=96\\a=2b\end{array}\right.$ $⟹\left\{\begin{array}{c}\left(2b\right)^{2}+2b^{2}=96\\a=2b\end{array}\right.$ $⟹ 4b^{2}+2b^{2}=96 ⟹6b^{2}=96$

$$b=4, b=-4$$

$$a=8, a=-8$$

$$\left\{\begin{array}{c}3x+y=8\\x-y=4\end{array} ⟹x=3, y=-1. \right.$$

$$\left\{\begin{array}{c}3x+y=-8\\x-y=-4\end{array} ⟹x=-3, y=1. \right.$$

Ответ: $\left(3;-1\right), \left(-3;1\right)$.

1. На улице, встав в кружок, беседуют четыре девочки: Аня, Валя, Галя и Надя. Девочка в зеленом платье (не Аня и не Валя) стоит между девочкой в голубом платье и Надей. Девочка в белом платье стоит между девочкой в розовом платье и Валей. Платье какого цвета носит каждая девочка?

**Решение**

Составим таблицу.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|   | Аня | Валя | Галя | Надя |
| Зеленое платье | - | - | + | - |
| Голубое платье | - | + | - | - |
| Белое платье |   | - | - | - |
| Розовое платье |   | - | - |   |

 **Ответ:** Галя в зеленом платье, Валя в голубом, Аня в белом, Надя в розовом.

1. Решить уравнение: $\left|х-2014\right|=2015$.

Решение: $х-2014=2015⇒ х=4029.$

$-\left(х-2014\right)=2015⇒х=-1$.

$$Ответ: 1 и 4029.$$

1. Восстановите пример: $АВС∙СВА=692443$.

Решение. $739∙937=692443$.

1. (3 балла) В забеге участвовал 41 спортсмен. Число спортсменов, прибежавших раньше Васи, в 4 раза меньше числа тех, кто прибежал позже него. Какое место занял Вася?

***Решение*.**

Пусть впереди Васи было х спортсменов, тогда позади него 4х спортсменов. Не считая Васи было 40 человек. 5х=40, а х= 8. Впереди Васи было 8 спортсменов. Значит Вася занял 9 место.

1. К числу 2009 слева и справа припишите по одной цифре так, чтобы получилось шестизначное число, делящееся на 45. Найдите все такие шестизначные числа. Объясните, как вы получили ответ.

***Решение*.**

Так как число делится на 5, то его последняя цифра равна 0 или 5. Так как число делится на 9, то его сумма цифр делится на 9.

Ответ: 720090 и 220095.

1. Найдите значения *a* и *b*, при которых равенство $\frac{5x+31}{\left(x-2\right)\left(x+2\right)}=\frac{a}{x-5}+\frac{b}{x+2}$

выполняется при всех допустимых значениях переменной *x*.

***Решение.***

Приведем в правой части равенства дроби к общему знаменателю и учитывая. Так как знаменатели у дробей в левой и правой частях равны, получим:

$$5x+31=ax+2a+bx-5x$$

$$5x+31=\left(a+b\right)x+\left(2a-5b\right)$$

$$\left\{\begin{array}{c}a+b=5\\2a-5b=31\end{array} ⟹a=8, b=-3.\right.$$

Ответ: при $a=8, b=-3$.

1. При каких значениях *a* квадратные трехчлены $ x^{2}+ax+1 и x^{2}+x+a$

имеют общий корень?

**Решение.**

Пусть $x\_{1}$ – общий корень данных трехчленов, тогда

$x\_{1}^{2}+ax\_{1}+1=0 и x\_{1}^{2}+x\_{1}+a=0$, т.е.

$$x\_{1}^{2}+ax\_{1}+1=x\_{1}^{2}+x\_{1}+a ⟹ ax\_{1}+1=x\_{1}+a ⟹ \left(a-1\right)\left(x\_{1}-1\right)=0$$

Тогда или $a=1 или x\_{1}=1. $

Если $a=1$, то трехчлены оба имеют вид $ x^{2}+x+1 $и не имеют действительных корней.

Если $x\_{1}=1$, $то 1^{2}+a∙1+1=0$ и $1^{2}+1+a=0$.

 В обоих случаях $a=-2.$

Ответ: $a=-2$.

Список литературы

1. Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. Математические олим­пиады Московской области. 1993-2002. М.: изд-во МФТИ, 2003.
2. Атанасян Л. С., Бутузов А. Ф., Кадомцев С. Б. и др. Геомет­рия: Учебник для 7-9 классов средней школы. М.: Просвещение, 1994.
3. Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике.
4. Гусев В. А., Литвиненко В. Н., Мордкович А. Г. Практикум по элементарной математике: Геометрия. М.: Просвещение, 1992.
5. Каганов Э. Д. 400 самых интересных задач с решениями по школьному курсу математики для 6-11 классов. М.: ЮНВЕС, 1997.

 М.: МЦНМО, 2004.