**МБОУ-СОШ №4 им. В. И. Ленина г. Клинцы Брянской области**

**ПРОГРАММА ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА**

**ПО МАТЕМАТИКЕ**

**«РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ»**

**(для учащихся IX класса)**

Составила учитель математики

Мосина Валентина Васильевна

**2019 г.**

«Умение решать задачи - практическое искусство,   
подобное плаванию, или катанию на коньках, или   
игре на фортепьяно: научиться этому можно,   
лишь подражая избранным образцам  
и постоянно тренируясь»...  
Д. Пойа.

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Предлагаемый курс «Решение текстовых задач» своим содержанием может привлечь внимание учащихся 9 класса, которым интересна математика. Уровень сложности предлагаемых вопросов таков, что к их рассмотрению можно привлечь значительное число школьников, а не только наиболее сильных. Для кого — то из школьников, которые пока не проявляют заметной склонности к математике, эти занятия могут стать толчком в развитии интереса к предмету и вызвать желание узнать больше.

**Необходимость рассмотрения техники решения текстовых задач обусловлена тем, что умение решать задачу является высшим этапом впознании математики и развитии учащихся**.

С помощью текстовой задачи формируются важные общеучебные умения, связанные с анализом текста, выделением главного в условии, составлением плана решения, проверкой полученного результата и, наконец, развитием речи учащегося. В ходе решения текстовой задачи формируется умение переводить ее условие на математический язык уравнений, неравенств, их систем.

Введение элективного курса позволит учащимся IX классов убедиться в том, что математические знания, представления о роли математики в современном мире стали необходимыми компонентами общей культуры, а учащимся с математическими способностями поможет сделать правильный выбор профиля дальнейшего обучения.

Текстовые задачи включены в материалы итоговой аттестации за курс основной школы, в КИМы и ЕГЭ, в конкурсные экзамены. Этот элективный курс позволяет сгладить противоречия, которые возникают при изучении данной темы в школе и в предлагаемых вариантах ЕГЭ.

Содержание этого элективного курса рассчитано на 17 часов.

В ходе изучения материала данного курса применяются такие формы организации учебной работы как практикумы по решению задач, лекции, беседа, тестирование, частично-поисковая деятельность.

***Цели элективного курса:***

**Обучающие**:

* рассмотреть проблему необходимости решения текстовых задач,
* овладение научной терминологией;
* эффективное использование терминологии;
* формирование логических навыков выделения главного;
* формирование сравнения, анализа, синтеза, обобщения, систематизации;
* овладение рациональными приёмами работы и навыками самоконтроля;
* формирование знаний и умений учащихся при решении текстовых задач.

**Развивающие:**

* развитие творческих способностей;
* развитие познавательной активности учащихся;
* развития интереса к предмету;
* применение знаний в нестандартных и проблемных ситуациях;
* интеллектуальное развитие учащихся;
* развивать алгоритмическое и структурное мышление учащихся;
* эстетическое восприятие;

**Воспитательные**:

* воспитание ответственности, самостоятельности, критичному отношению к себе;
* формировать качества мышления, необходимые для продуктивной жизни в обществе;
* формировать логическое, абстрактное мышление;
* воспитывать культуру умственного труда, способствовать укреплению здоровья,
* формирование ответственности, организованности, дисциплинированности;
* воспитание ответственности, самостоятельности, настойчивости, культуры математического мышления;

**Задачи курса:**

* Вооружить учащихся системой знаний по решению текстовых задач.
* Сформировать умения и навыки при решении разнообразных задач различной сложности.
* Способствовать формированию познавательного интереса к математике, развитию творческих способностей учащихся.
* Повысить уровень математической подготовки учащихся.
* Подготовить учащихся к успешной сдаче ГИА и ЕГЭ.

Важное место уделяется способам общения учащихся на занятиях, которые содержат элементы парного, группового, коллективного решения проблемных ситуаций, диалог в ходе решения, защиту решений, самостоятельную проработку теоретического материала, элементы контроля и самоконтроля, создание презентаций и защита презентаций.

После рассмотрения полного курса учащиеся должны иметь следующие **результаты обучения**:

* уметь определять тип текстовой задачи,
* знать особенности методики её решения, используя при этом разные способы;
* уметь применять полученные математические знания в решении жизненных задач;
* уметь использовать дополнительную математическую литературу с целью углубления материала основного курса,
* проводить полные обоснования при решении задач,
* приобрести навык в решении уравнений или неравенств, встречающихся в ходе решения текстовых задач,
* перестать испытывать психологический дискомфорт при встрече с условием текстовой задачи.

*Результаты данного курса определяются методом тестирования, решением практических задач, защитой творческих проектов.*

   В технологии проведения занятий предусмотрены этапы изучения теории, решение типовых задач, обучающие самостоятельные работы. Формой итогового контроля может стать контролирующая самостоятельная работа. Предлагаемые задачи различны по уровню сложности: от простых задач  до достаточно сложных. Основные формы организации: рассказ, беседа, семинар.

**Содержание курса.**

***Основные типы текстовых задач(1ч)***

*Текстовая   задача. Что  значит    решить   текстовую   задачу. Явные   и   неявные    главные    вопросы    текстовой    задачи. Способы    решения    текстовых    задач. Виды   текстовых   задач   и   их  примеры. Этапы  решения текстовой  задачи  алгебраическим  способом. Значение  правильного   письменного   оформления   решения   текстовой   задачи. Решение  текстовой задачи с  помощью    графика. Чертёж  к   текстовой    задаче  и  его  значение  для  построения  математической  модели.*

***Решение задач на «сложные проценты»(3ч)***

*Формулы процентов и сложных процентов. Особенности выбора переменных и методики решения задач с экономическим содержанием.*

***Решение    текстовых  задач  на смеси, сплавы и концентрации.(3ч)***

*Формула    зависимости     массы    или    объёма   вещества  в   сплаве, смеси, растворе («часть»)  от концентрации («доля»)  и массы или объёма   сплава,  смеси,  раствора   («всего»).      Особенности        выбора   переменных   и методики   решения  задач  на   сплавы, смеси, растворы. Составление   таблицы   данных  задачи  на  сплавы, смеси, растворы   и   её    значение   для  составления     математической  модели.*

***Решение задач на работу и производительность(2ч)***

*Формула   зависимости    объёма    выполненной   работы    от                производительности  и времени  её  выполнения. Особенности     выбора     переменных    и     методики  решения    задач   на   работу.  Составление    таблицы     данных задачи     на  работу  и  её  значение для  составления  математической  модели.*

***Решение задач на движение(6ч)***

*Движение   тел  по  течению  и  против  течения. Равномерное   и     равноускоренное     движения     тел     по   прямой   линии   в   одном направлении  и  навстречу  друг  другу. Движение  тел   по  окружности   в  одном направлении  и  навстречу друг  другу. Формулы   зависимости    расстояния, пройденного   телом, от   скорости,  ускорения    и    времени   в различных  видах   движения.  Особенности   выбора   переменных   и  методики  решения  задач  на  движение. Составление   таблицы    данных    задачи   на   движение   и её  значение для составления  математической  модели.*

***Итоговое занятие(2ч)***

**Учебно–тематический  план**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. | Вводное занятие. Роль текстовых задач в школьном курсе математики Понятие текстовой задачи. Типы текстовых задач. Алгоритм решения текстовых задач. | 1ч | Лекция |
| 2-3 | Проценты в прошлом и настоящем  Задачи «на проценты». | 2ч | Лекция  практикум |
| 4 | Банковские операции | 1ч | Практикум |
| 5 | Решение задач на смеси, растворы и сплавы | 1ч | Практикум Презентация |
| 6 | Решение задач на смеси, растворы и сплавы | 1ч | Практикум |
| 7 | Решение задач на смеси, растворы и сплавы из вариантов ЕГЭ | 1ч | Семинар |
| 8 | Задачи на совместную работу | 1ч | Практикум |
| 9 | Задачи на совместную работу | 1ч | Практикум |
| 10 | Задачи на движение | 1ч | Практикум |
| 11 | Решение текстовых задач на движение методом подобия. | 1ч | Практикум Презентация |
| 12 | Решение текстовых задач на движение методом подобия. | 1ч | Практикум |
| 13-14 | Задачи на движение по реке | 2ч | Практикум |
| 15 | Задачи на дви­же­ние по окружности | 1ч | Практикум |
| 16-17 | Итоговое занятие. | 2ч | Семинар Защита творческих работ |

***Занятие 1***

Цели: сообщить историю использования текстовых задач в России , рассказать о роли текстовых задач и арифметических способов их решения в процессе обучения математике в школе, повторить типы текстовых задач, этапы решения и оформление текстовых задач

Предложение тем творческих работ

**Роль текстовых задач в школьном курсе математики**

**Из истории использования текстовых задач в России**

В традиционном российском школьном обучении математике текстовые задачи всегда занимали особое место. С одной стороны, практика применения текстовых задач в процессе обучения во всех цивилизованных государствах идет от глиняных табличек Древнего Вавилона и других древних письменных источников, то есть имеет родственные корни. С другой — пристальное внимание обучающих к текстовым задачам, которое было характерно для России, — почти исключительно российский феномен.

Известно, что исторически долгое время математические знания передавались из поколения в поколение в виде списка задач практического содержания вместе с их решениями. Первоначально обучение математике велось по образцам. Ученики, подражая учителю, решали задачи на определенное «правило».

Подтверждением тому служит фрагмент из книги И. Бёшенштейна (1514 г.), в котором сначала дается «определение» тройного правила, формулируется правило, потом приводится задача и рецепт ее решения по правилу.

«Тройным правилом называется *regulamagistralis*, или *regulaaurea* (т. е. магистерское правило, или золотое правило), с помощью которого совершаются все торговые расчеты всех ремесленников и купцов; оно называется в гражданском обиходе *detry* или *detree*, ибо содержит в себе три величины, при помощи которых можно вычислить все.

. . . . . . . . . .

… Заметь еще числа, стоящие сзади и спереди. Надо стоящее сзади число помножить на среднее и разделить на переднее».

Далее то же правило дано в зарифмованном виде и приведен пример на его применение:

*Я купил 100 фунтов шерсти за 7 гульденов. Что стоят 29 фунтов?*

*фунты гульдены фунты*

100 7 29

Помножь 29 на 7, затем раздели на 100, что получится и будет стоимостью 29 фунтов.Это была обычная практика. По-другому в те времена учить не умели. Не случайно в «Арифметике» **Л.Ф. Магницкого** (1703 г.), вобравшей в себя переводы лучших иностранных авторов того времени, мы находим аналогично построенный учебный текст. Обучение «по правилам» было обычным и для России. Желая описать методику обучения решению задач времен Л.Ф. Магницкого, сошлемся на **С.И. Шохор-Троцкого**: «Насколько преизобиловали правилами книги по арифметике в старину — можно судить по весьма почтенному для своего времени труду Леонтия Магницкого... В книге первой... кроме множества правил о целых и дробных числах, изложены правила, называемые автором «подобными» (ныне называемые тройными)... автор различает: правило тройное в целых, правило тройное в долях, правило тройное сократительное, правило «возвратительное» (обратно-пропорциональное), правило пятерное, правило «семиричное»..., а затем, в виде применения этих правил, предлагает ряд «статей»: статью тройную торговую («в целых» и «в долях»), тройную торговую о куплях и продажах, тройную торговую в товарных овощах и «с вывескою» (то есть о вычислении тары товара), о «прикупах» и о «накладах», «вопросную» о тройном правиле, «вопросную же со времены», «деловую в тройном правиле», торговую «меновную в тройном правиле.

В давние времена обученным считался тот, кто умел решать задачи определенных типов, встречавшихся на практике (в торговых расчетах и пр.). При этом учащие мало заботились о сознательном усвоении учениками того или иного способа действия. Считалось, что понимать-то едва ли нужно было. «Это ничего, что ты ничего не понимаешь, ты и впереди также многого не будешь понимать», — утешал бывало наставник своего питомца, и вместо понимания рекомендовал не заноситься, а выучить наизусть все, что задают, и потом стараться применить это к делу . Так в 1923 г. **В. Беллюстин**описывал старинную практику обучения решению текстовых задач.

Одна из причин заключается в том, что исторически долгое время целью обучения детей арифметике было освоение ими определенным кругом вычислительных умений, связанных с практическими расчетами. При этом основная линия арифметики — линия числа — еще не была разработана, а обучение вычислениям велось через задачи. В «Арифметике» Л.Ф.Магницкого, например, дроби рассматривались как именованные числа (не просто 1/2, а 1/2 рубля, пуда и т.п.), а действия с дробями изучались в процессе решения задач. Эта традиция сохранялась довольно долго. Даже много позже встречались задачи с неправдоподобными числовыми данными типа *«Продано 3*17/19 *кг сахара по 2*1/17 *рубля за килограмм…»* или *«Заяц в 1,35 часа пробегает 14,13855 км…»*, которые были вызваны к жизни не потребностями практики, а потребностями обучения вычислениям. Упомянутые традиции обучения вычислениям через задачи, на наш взгляд, сказываются на обучении математике до сих пор. Как, например, в самых массовых учебниках для 5 классов «доказывается» равенство 2:3 = 2/3? Очень просто — берут два яблока и делят каждое из них на три равные части.

Вторая причина повышенного внимания к использованию текстовых задач в России заключается в том, что в России не только переняли и развили старинный способ передачи с помощью текстовых задач математических знаний и приемов рассуждений, но и научились формировать с помощью задач важные общеучебные умения, связанные с анализом текста, выделением условий задачи и главного вопроса, составлением плана решения, постановкой вопроса и поиском условий, из которых можно получить на него ответ, проверкой полученного результата. Немаловажную роль играло также приучение школьников к переводу текста на язык арифметических действий, уравнений, неравенств, графических образов. Использование арифметических способов решения задач способствовало общему развитию учащихся, развитию не только логического, но и образного мышления, лучшему освоению естественного языка, а это повышало эффективность обучения математике и смежных дисциплин. Именно поэтому текстовые задачи играли столь важную роль в процессе обучения в России, и им отводилось так много времени при обучении математике в школе.

К середине XX века в СССР сложилась развитая типология задач, включавшая задачи на части, на нахождение двух чисел по их сумме и разности, по их отношению и сумме (разности), на дроби, на проценты, на совместную работу и пр.

**Текстовые задачи подразделяются следующим образом:**

1. задачи на движение;
2. задачи на работу;
3. задачи на проценты;
4. задачи на смеси, сплавы и концентрацию;
5. задачи, в которых неизвестные – целые числа;
6. задачи, для решения которых нужно находить наибольшее или наименьшее значение;

задачи, решение которых требует рассмотрения нескольких вариантов;

1. задачи, процесс решения которых приводит к системе уравнений, содержащей уравнений меньше, чем неизвестных;
2. задачи, для решения которых необходимо использовать неравенства.

К текстовым задачам на проценты относятся задачи, в которых речь идет о вкладах в банк под тем или иным процентом, о прибыли, о выполнении плана, об изменении цены на товар; задачи, в которых происходит преобразование исходного вещества (при сушке, при выпаривании) и т. д. Задачи этого типа очень часто входят составной частью в решение других типовых задач.

Задачи на проценты сегодня становятся еще более актуальны, так как сфера практического приложения процентных расчетов расширяется (повышение цен; объявления коммерческих банков, привлекающих деньги населения на различных условиях; сведения о повышении процента банковского кредита; сведения о доходах по акциям различных предприятий и фондов и т. д.).

**Процесс решения задачи можно разделить на 4 основных этапа**: осмысление условия задачи (анализ условия), поиск и составление плана решения, осуществление плана решения, изучение (исследование) найденного решения.

*Осмысление условия задачи (1 этап).*

1). Умение анализировать требование задачи.

Под анализом требования задачи понимается выяснение возможных путей ответа на вопрос задачи.

2). Умение анализировать условие задачи.

Под анализом условия задачи можно понимать выявление такой информации, которая непосредственно не задана условием, но присуща ему.

*Составление плана решения задачи (2-й этап).*

 Составление плана решения задачи, пожалуй, является главным шагом на пути ее решения. Правильно составленный план решения задачи почти гарантирует правильное ее решение. Составляя план решения задачи, всегда следует задавать себе вопрос: "Все ли данные задачи использованы?" Выявление неучтенных данных задачи облегчает составление плана ее решения.

*Осуществление плана решения задачи (3-й этап).*

План указывает лишь общий контур решения задачи. При реализации плана детали надо рассматривать тщательно и терпеливо. Полезно следовать некоторым советам:

1). Проверяйте каждый свой шаг, убеждайтесь, что он совершён правильно. Иными словами, нужно доказывать правильность каждого шага ссылками на соответствующие, известные ранее математические факты, предложения.

2). Обратить внимание на необходимость выбора такого способа оформления решения, чтобы зафиксировать решение в краткой и ясной форме.

*Изучение найденного решения задачи (4-й этап).*

Заключительный этап является необходимой и существенной частью решения задачи. Основным содержанием его должно быть осмысление выполненного решения, формулирование и решение (если это окажется возможным) других задач, явно связанных с решенной, и извлечение из всей проделанной работы выводов о том, как находятся и выполняются решения.

По В. М. Брадису, задачу можно считать решенной, если найденное решение: 1) безошибочно, 2) обоснованно, 3) имеет исчерпывающий характер.

Итак, два совета: "Проверьте результат", "Проверьте ход решения". Проверка результата может производиться различными способами.

Проверяя правильность хода решения, мы тем самым убеждаемся и в правильности результата.

Второй способ проверки результата заключается в получении того же результата применением другого метода решения задачи, поэтому полезно всегда задавать решающему вопрос: "Нельзя ли тот же результат получить иначе?"

Изложенные выше советы для решения задач позволяют решать многие задачи, но, разумеется, не могут служить рецептом для решения любой задачи. Эти советы, многие из которых сформулировал Д. Пойа, правильно ориентируют решающего задачи на поиск решения, сокращают время решения многих задач, повышают вероятность отыскания верного и рационального способа решения задач. Единого же рецепта для решения любых задач попросту не существует.

Общие умения по решению задач

• умение проводить анализ условия задачи;

• умение применять изученную теорию (определение, правило) на практике;

• умение выделять основную идею в решении отдельной задачи, находить общее в решении нескольких задач и переносить эту идею, это общее на новую задачу;

• умения по самооценке своей деятельности, самоконтролю.

Краткая запись- это модель текста задачи, материализованная форма проведения действия анализа условия.

Начинать поиск решения задачи можно лишь тогда, когда ее условие полностью понято.

На ранее перечисленных этапах решения задачи самоконтроль проявляет себя как естественная неотрывная составляющая поисковой деятельности, которая может и не осознаваться учеником.

Последнему этапу решения задачи - проверке и исследованию полученного решения присвоен особый статус этапа, на котором осуществляется самоконтроль.

В школьном курсе математики используются два способа решения текстовых задач: арифметический и алгебраический (с помощью составления уравнения или системы уравнений).

 Итог зенятия:

Предписание по решению задач с помощью составления уравнений.

1. Определи, сколько и какие объекты, процессы, ситуации рассматриваются в задаче.

2. Укажи величины, которые характеризуют каждый объект, каждый процесс, ситуацию.

3. Установи зависимости, существующие между выделенными величинами.

4. Укажи, какие из выделенных величин известны.

5. Укажи неизвестные величины,

6. Определи зависимости между неизвестными величинами.

7. Выбери одно из неизвестных за x рациональным образом.

8. Вырази остальные неизвестные через х.

9. Выдели условие, оставшееся для составления уравнения.

10. Составь уравнение и реши его.

11. Сделай проверку и запиши ответ.

Домашнее задание:

Подготовить историческую справку о процентах, повторить основные задачи на проценты

***Занятие 2***

**ПРОЦЕНТЫ В ПРОШЛОМ И НАСТОЯЩЕМ**

Цели: сообщить историю появления процентов, привести примеры повседневного использования процентных вычислений в настоящее время; устранить пробелы в знаниях по решению основ­ных задач на проценты: нахождение процента от величины, нахож­дение величины по ее проценту, нахождение процента одной вели­чины от другой.

Опорные сведения**:** нахождение процента от величины; нахождение величины по ее проценту; нахождение процента одной величины от другой.

Метод обучения: лекция, объяснение, устные упражнения, письменные упражнения.

Формы контроля: проверка самостоятельно решенных задач.

Ход занятия

I. Лекция.**(историческая справка)**

Проценты - одно из математических понятий, которые часто встречаются в повседневной жизни. Так, мы часто читаем или слышим, что, например, в выборах приняли участие 52,5 % избирателей, рейтинг победителя хит-парада равен 75 %, промышленное производство сократилось на 11,3 %, уровень инфляции составляет 8% в год, банк начисляет 12% годовых, молоко содержит 3,3% жира, материал содержит 60% хлопка и 40% полиэстера и т.д.

Слово «процент» происходит от латинского слова procentum, что буквально означает «за сотню» или «со ста», Процентами очень удобно пользоваться на практике, так как они выражают части целых чисел в одних и тех же сотых долях. Это дает возможность упрощать расчеты и легко сравнивать части между собой и целыми. Идея выражения частей целого постоянно в одних и тех же долях, вызвана практическими соображениями родилась еще в древности у вавилонян, которые пользовались шестидесятеричными дробями. Уже в клинописных табличках вавилонян содержатся задачи на расчет процентов. До нас дошли составленные вавилонянами таблицы процентов, которые позволяли быстро определять сумму процентных денег. Были известны проценты и в Индии. Индийские математики вычисляли проценты, применяя так называемое тройное правило, т.е. пользуясь пропорцией. Они умели производить и более сложные вычисления с применением процентов.

Денежные расчеты с процентами были особенно распространены в Древнем Риме. Римляне называли процентами деньги, которые платил должник заимодавцу за каждую сотню. Даже римский сенат вынужден был установить максимально допустимый процент, взимаемый с должника, так как некоторые заимодавцы усердствовали в получении процентных денег. От римлян проценты перешли к другим народам.

В средние века в Европе в связи с широким развитием торговли особенно много внимания обращали на умение вычислять проценты. В то время приходилось рассчитывать не только проценты, но и проценты с процентов, то есть сложные проценты, как называют их в наше время. Отдельные конторы и предприятия для облегчения труда при вычислениях процентов разрабатывали свои особые таблицы, которые составляли коммерческий секрет фирмы.

Впервые опубликовал таблицы для расчета процентов в 1584 г. Симон Стевин – инженер из города Брюгге (Нидерланды). Стевин известен замечательным разнообразием научных открытий, в том числе – особой записи десятичных дробей.

Долгое время под процентами понимались исключительно прибыль или убыток на каждые 100 рублей. Они применялись только в торговых и денежных сделках. Затем область их применения расширилась, проценты встречаются в хозяйственных и финансовых расчетах, статистике, науке и технике. Ныне процент – это частный вид десятичных дробей, сотая доля целого (принимаемого за единицу).

Знак «%» происходит, как полагают, от итальянского слова cento (сто), которое в процентных расчетах часто писалоcь сокращенно cto. Отсюда путем дальнейшего упрощения в скорописи буквы t в наклонную черту произошел символ для обозначения процента.

Существует и другая версия возникновения этого знака.предполагается, что этот знак произошел в результате нелепой опечатки, совершенной наборщиком. В 1685 году в Париже была опубликована книга – руководство по коммерческой арифметике, где по ошибке наборщик вместо cto напечатал %.В некоторых вопросах иногда применяют и более мелкие, тысячные доли, так называемые «промилле» (от латинского promille – «с тысячи»), обозначаемые, по аналогии со знаком %. Изобретение математических знаков и символов значительно облегчило изучение математики с способствовало дальнейшему ее развитию.

Если мы говорим о предметах из некоторой заданной совокупности – деньгах, зарабатываемых в семье, материалах, продуктах питания, то процент, разумеется, 100 сотых частей самого себя. Поэтому, обычно говорят, что она «принимается за 100 процентов».

Если речь идет о проценте данного числа, то это число и принимается за 100%. Например, 1% от зарплаты – это сотая часть зарплаты; 100% зарплаты – это сто сотых частей зарплаты. Т.е. вся зарплата. Подоходный налог с зарплаты берется в размере 13%, т.е. 13 сотых от зарплаты. Надпись «60 %» хлопка на этикетке означает, что материал содержит 60 сотых хлопка, т.е. более чем на половину состоит из чистого хлопка. 3,2 % жира в молоке означает, что 3,2 сотых массы продукта составляет жир (или, другими словами, в каждых 100 граммах этого продукта содержится 3,2 грамма жира).

Как известно из практики, с помощью процентов часто показывают изменение той или иной конкретной величины. Такая форма является наглядной числовой характеристикой изменения, характеризующей значимость произошедшего изменения. Например, уровень подростковой преступности повысился на 3 %, в этом ничего страшного нет – быть может, эта цифра отражает только естественные колебания уровня. Но если он повысился на 30 %, то это уже говорит о серьезности проблемы и необходимости изучения причин такого явления и принятии соответствующих мер.

**II. Устная работа**.

Упражнения на закрепление понятия «процент». Предлагаются управления по переводу дроби в проценты, а проценты – в десятичные дроби.

1. Представьте данные десятичные дроби в процентах:

0,0 0,24 0,867 0,032 1,3 0,0081 15

0,01 154 3,2 20,5 0,7 10

2. Представьте проценты десятичными дробями:

2% 12,5% 2,67% 0,06% 32,8%

1000% 510% 0,5% 213% 0,1%.

**III. Повторение и закрепление изученного ранее**.

Целесообразно напомнить основные сокращенные процентные отношения и записать в тетрадь.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 100 % = 1;  50%=  25%= | 12,5%=  200%=2  10%= | 5%=  1%= |

Различные обозначения:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 18 % | 0,18 | 18  100 |
| *p* | *p* | *\_p*  *100* |

**IV. Систематизация знаний**.

Основные понятия, связанные с процентами:

Три основных действия:

1. Нахождение процентов данного числа.

Чтобы найти***а*** % от ***в***, надо ***в*** 0,01 ***а***.

Пример: 30 % от 60 составляет: 0,3 = 18.

2. Нахождение числа по его процентам.

Если известно, что а % числа х равно в, то х = в : 0,01 а

Пример: 3 % числа х составляет 150.

х = 150 : 0,03;

х = 5000.

3. Нахождение процентного отношения чисел.

Чтобы найти процентное отношение чисел, надо отношение этих чисел умножить на 100 %.

****

Пример: сколько процентов составляет 150 от 600?

****

**V. Решение основных задач на проценты**.

1. Основные типы задач на проценты.

1) Одна величина больше (меньше) другой на *р* %.

а) если а больше в на *р* %, то *а* = *в* + 0,01 *рв* = *в* (1 + 0,01 *р*).

б) если а меньше в на *р*%, то *а* + *в* – 0,01 *рв* = *в* (1 – 0,01 *р*).

Пример. На сколько процентов надо увеличить число 90, чтобы получить 120?

Решение:

****

Аналогично,

а) если а возросло на *р* %, то новое значение равно: *а* (1 + 0,01 р).

Пример. Увеличить число 60 на 20%:

****

б) если а уменьшили на *р* %, то новое значение равно: *а* (1 – 0,1 *р*).

Пример. Число 72 уменьшили на 20%:

****

Объединив а) и б), запишем задачу в общем виде: увеличили число а на *р* %, а затем полученное уменьшили на *р* %

**** (\*)

Замечание. Результат не изменится, если увеличение (уменьшение) следует за уменьшением (увеличением).

2. Решить самостоятельно.

Задача 1. Цену товара снизили на 30%, затем новую цену повысили на 30%. Как изменилась цена товара?

Решение. Пусть первоначальная цена товара *а*, тогда:

****– цена товара после снижения,

****– новая цена.

1,00 – 0,91 = 0,09 или 9%.

Используя формулу (\*), получим:

****

Ответ: цена снизилась на 9 %.

Задача 2. Цену товара повысили на 20%, затем новую цену снизили на 20%. Как изменится цена товара?

Решение.

****

Ответ: цена снизилась на 4 %.

3. Творческое задание.

Решить задачу в общем виде.

Увеличили число*а* на *р* %. На сколько процентов надо уменьшить полученное число, чтобы получить *а*?

Решение.

****

****

****

****

|  |
| --- |
|  |

**VI. Итоги урока.**

**Домашнее задание.**

1. Длину прямоугольника уменьшили на 20%. На сколько процентов надо увеличить ширину прямоугольника, чтобы его площадь не изменилась?

Ответ: на 25 %.

2. После уплаты всех налогов, которые в сумме составили 30% от дохода, предприниматель оставил себе на законном основании 35000 р. Какова была величина чистого дохода предпринимателя?

Ответ: 50000 руб.

3. По расчетам предпринимателя предприятие принесет 15% прибыли. Какую прибыть можно получить, затратив 200000 руб.?

Ответ: 30000 руб.

4. Произведение двух чисел равно 10, а их сумма составляет 70 % от произведения. Найдите эти числа.

Ответ: 2 и 5.

***Занятие 3***

**БАНКОВСКИЕ ОПЕРАЦИИ**

Цели: добиться усвоения учащимися «сложный процентный рост»; отработать навыки использования формулы при вычислении банковской ставки, суммы вклада, срока вклада.Решение задач, связанных с банковскими расчетами: вычисление процентных ставок в банках; процентный прирост; определение начальных вкладов. Выполнение тренировочных упражнений.

Форма занятий: объяснение, практическая работа.

Метод обучения: выполнение тренировочных задач.

Формы контроля: проверка самостоятельно решенных задач.

**Ход занятия**

**I. Проверка домашнего задания, конкурс составленных задач.  
 II. Рассказ учителя.**

Уже в далекой древности широко распространено ростовщичество – выдача денег под проценты. Разность между той суммой, которую возвращали ростовщику, и той, которую первоначально взяли у него, называлась лихвой. Так, в Древнем Вавилоне она составляла 20 % и более! Это означало, что ремесленник, взявший у ростовщика 1000 денежных единиц сроком на год, возвращал ему по прошествии года не менее 1200 этих же единиц.

Известно, что XIV – XV вв. в Западной Европе широко распространились банки – учреждения, которые давали деньги в долг князьям, купцам, ремесленникам, финансировали дальние путешествия, завоевательные походы и т.д. Конечно, банки давали деньги не бескорыстно: за пользование предоставленными деньгами они брали плату, как и ростовщики древности. Эта плата выражалась обычно в виде процентов к величине выданных в долг денег.

Тех, кто берет в долг деньги в банке, называют заемщиками, а суму, т.е. величину взятых у банка денег, называют кредитом. Основную часть тех денег, которые банки выдают заемщикам, составляют деньги вкладчиков, которые они вносят в банк на хранение. Часть прибыли, которую получает банк, он передает вкладчикам в виде платы за пользование их деньгами. Эта плата также обычно выражается в процентах к величине вклада. Таким образом, средства, помещенные на хранение в банк, через определенный период времени приносят некоторый доход, равный сумме начисленных за этот период процентов.

Итак, с одной стороны, банки принимают вклады и платят по этим вкладам проценты вкладчикам, а с другой – дают кредиты заемщикам и получают от них проценты за пользование этими деньгами. Разность между той суммой, которую получает банк от заемщиков за предоставленные кредиты, и той, которую он платит по вкладам и составляет прибыль банка. Таким образом, банк является финансовым посредником между вкладчиками и заемщиками.

Одним из самых распространенных способов привлечения в банк сбережений граждан, фирм и т.д. является открытие вкладчиком сберегательного счета: вкладчик может вносить за свой счет дополнительные суммы денег, может снимать со счета определенную сумму, может закрыть счет, полностью изъяв деньги, на нем хранящиеся. При этом вкладчик получает от банка плату в виде процентов за использование его денег для выдачи кредитов предпринимателям, фирмам, государству, другим банкам и т.д.

Рассмотрим схемы расчета банка с вкладчиками. В зависимости от способа начисления проценты делятся на простые и сложные.

Простые проценты.

Увеличение вклада по схеме простых процентов характеризуется тем, что суммы процентов в течение всего срока хранения определяются исходя только из первоначальной суммы вклада  независимо от срока хранения и количества начисления процентов.

Пусть вкладчик открыл сберегательный счет и положил на него рублей. Пусть банк обязуется выплачивать вкладчику в конце каждого года р % от первоначальной суммы . Тогда по истечении одного года сумма начисленных процентов составляет *Sо р*/100 рублей и величина вклада станет равной *S*= *Sо* (1 + *р*/100) рублей; *р*% называют годовой процентной ставкой.

Если по прошествии одного года вкладчик снимет со счета начисленные процессы *Sор/*100, а сумму Sо составит, в банке вновь начислят  рублей, а за два года начисленные проценты составят рублей, через n лет на вкладе по формуле простого процента будет

****

Рассмотрим другой способ расчета банка с вкладчиком. Он состоит в следующем: если вкладчик не снимет со счета сумму начисленных процентов, то эта сумма присоединяется к основному вкладу, а в конце следующего года банк будет начислять р % уже на новую, увеличенную сумму. Это означает, что банк станет теперь начислять проценты не только на основной вклад, Sо, но и на проценты, которые на него полагаются. Такой способ начисления «процентов на проценты» называют сложными процентами.

*Sn*= *Sо* (1 + *р*/100)n, где*n* = 1, 2, 3…

**III. Решение задач**

Задача 1. Банк выплачивает вкладчикам каждый год 8 % от внесенной суммы. Клиент сделал вклад в размере 200000 руб. Какая сумма будет на его счете через 5 лет, через 10 лет?

Решение. Используя формулу:

****

****

****

Ответ: 280000 руб.; 360000 руб.

Задача 2. При какой процентной ставке вклад на сумму 500 руб. возрастет за 6 месяцев до 650 руб.

Решение.

****

Ответ: 5 %.

Задача 3. Каким должен быть начальный вклад, чтобы при ставке 4 % в месяц он увеличился за 8 месяцев до 33000 руб.

Решение.

****

р

Ответ: 25000 руб.

Задача 4. Вкладчик открыл счет в банке, внеся 2000 руб. на вклад, годовой доход по которому составляет 12 %, и решил в течение 6 лет не брать процентные начисления. Какая сумма будет лежать на его счете через 6 лет?

Решение. Воспользуемся формулой сложных процентов,

получим

****

Ответ: 3947 руб. 65 коп.

Задача 5. Какой должен быть первоначальный капитал, чтобы при начислении 5 % в месяц получить через полгода 10 тыс. руб.

Ответ: 7463 руб.

**IV. Итог урока.**

В конце урока учащиеся обмениваются своими решениями и проверяют задачи. Затем способы решения задач рассматриваются всеми учащимися и сверяются ответы.

**V. Домашнее задание.**

1. Банк обещает вкладчикам удвоить их сбережения за пять лет, если они воспользуются вкладом «накопление» с годовой процентной ставкой 16 %. Проверьте, выполнит ли банк свое обязательство.

Ответ: да.

2. Деньги, вложенные в банк, приносят ежегодно 20 % дохода. За сколько лет вложенная сумма удвоится?

Ответ: за 5 лет.

3. Клиент имел в банке счет, по которому начислялось 6 % годовых. После того как банк предложил новые виды вкладов, он снял с этого счета все деньги и 2000 руб. положил на вклад, по которому начислялось 8 % годовых, а остальные – на вклад с 9 % годовых. В результате его годовой доход оказался на 130 руб. больше чем по прежнему вкладу. Сколько денег он внес на новые вклады?

Ответ: 5000 руб.

4. Некто не доверяет банкам и хранит сбережения дома. Крупная премия пролежала дома до лета. За это время цены на товары выросли в среднем на 50 %. На сколько процентов уменьшилась покупательская способность отложенных денег?

Ответ: на%.

*Задача 1. (*Распродажа)

Зонт стоил 360 руб. В ноябре цена зонта была снижена на 15 %, а в декабре еще на 10 %. Какой стала стоимость зонта?

Решение. Стоимость зонта в ноябре составила 85 % от 360 руб., т.е. 360 х 0,85 = 306 (руб.). Второе снижение цены происходило по отношению к новой цене зонта; теперь следует искать 90 % от 306 руб., т.е. 306 х 0,9 = 275,4 руб.

Ответ: 275 руб. 40 коп.

Дополнительный вопрос: на сколько процентов по отношению к первоначальной цене подешевел зонт?

Решение: найдет отношение последней цены к исходной, и выразим его в процентах. Получим 76,5 %. Значит, зонт подешевел на 23,5 %.

Ответ: 23,5 %.

*Задача 2. (*Бюджет, зарплата)

При приеме на работу директор предприятия предлагает зарплату 4200 руб. Какую сумму получит рабочий после удержания налога на доходы физических лиц?

Решение:

1) (4200 - 400) х 0,13 = 494 руб. - налог

2) 4200 – 494 = 3706 руб.

Замечание: при начислении налога на доходы физических лиц нужно учитывать стандартный вычет 400 руб., налог 13 % берется от оставшейся суммы.

Ответ: 3706 руб.

*Задача 3.*

Заработок рабочего повысился на 20 %, а цены на продукты и товары снизились на 15 %. На сколько процентов рабочий теперь на свой заработок может купить больше продуктов и товаров, чем прежде?

Решение: примем для простоты вычислений прежний заработок рабочего за 10 руб. и пусть он покупает только какой-то продукт по 1 руб. за килограмм, т.е. 10 кг. После повышения на 20 % заработок рабочего стал 12 руб., а цена продукта после снижения цены на 15 % 0,85 руб. за 1 кг. Теперь рабочий может купить 12 : 0,85  14,1 (кг), т.е. на 4,1 : 10 = 0,41, т.е. на 41 % больше, чем прежде.

Ответ: на 41 % больше.

*Задача 4. (Тарифы)*

В газете сообщается, что с 10 июня согласно новым тарифам стоимость отправления почтовой открытки составит 3 руб. 15 коп.вместо 2 руб. 27 коп. Соответствует ли рост цен на услуги почтовой связи росту цен на товары в этом году, который составляет 14,5 %.

Решение. Разность тарифов составляет 0,4 руб., а ее отношение к старому тарифу равно 0,14545… Выразив это отношение в процентах, получим примерно 14,5 %.

Ответ: да, соответствует.

Дополнительный вопрос. Сколько будет стоимость отправка заказного письма, если эта услуга сейчас оценивается в 5 руб. 50 коп.?

Решение. Цена услуги увеличивается на 14,5 %, т.е. станет 5,5 х 1,145 = 6,3 руб.

Ответ: 6 руб. 30 коп.

*Задача 5. (Штрафы)*

Занятия ребенка в музыкальной школе родители оплачивают в сбербанке, внося ежемесячно 250 руб. Оплата должна производиться до 15 числа каждого месяца, после чего за каждый просроченный день начисляется пеня в размере 4 % от суммы оплаты занятий за один месяц. Сколько придется заплатить родителям, если они просрочат оплату на неделю?

Решение. Так как 4 % от 250 руб. составляют 10 руб., то за каждый просроченный день сумма оплаты будет увеличиваться на 10 руб. Если родители просрочат оплату на день, то им придется заплатить 250 + 10 = 260 руб., на неделю 250 + 10 х 7 = 320 руб.

Ответ: 320 руб.

**ЗАДАЧИ С ИСТОРИЧЕСКИМИ СЮЖЕТАМИ**

1. Один небогатый римлянин взял в долг у заимодавца 50 сестерциев. Заимодавец поставил условие: «Ты вернешь мне в установленный срок 50 сестерциев и еще 20 % от этой суммы». Сколько сестерциев должен отдать небогатый римлянин заимодавцу, возвращая долг?

2. Некий человек взял в долг у ростовщика 100 руб. Между ними было заключено соглашение о том, что должник обязан вернуть деньги ровно через год, доплатив еще 80 % суммы долга, но через 6 месяцев должник решил вернуть долг. Сколько рублей он вернет ростовщику?

3. Завещание Бенджамена Франклина: «Препоручаю 1000 фунтов стерлингов бостонским жителям. Если они примут эту тысячу фунтов, то должны поручить ее отборнейшим гражданам, а они будут давать их с процентами по 5 на 100 в год в заем молодым ремесленникам. Сумма эта через 100 лет возвысится до 131000 фунтов. Я желаю, чтобы тогда 100000 фунтов употреблены были на постройку общественных зданий, а остальные 31000 фунтов отданы были в проценты на 100 лет. По истечении второго столетия сумма возрастет до 4061000 фунтов, из коих 1061000 фунтов оставляю в распоряжении бостонских жителей, а 3000000 - правлению Массачусетской общины. Далее не осмеливаюсь простирать своих видов». Мы видим, что завещав всего 1000 фунтов, Б. Франклин распоряжается миллионами. Проверьте, не ошибся ли он в своих расчетах.

***Занятие 4 -5***

**Решение задач на смеси, растворы и сплавы**

**Цели:**

* Обобщить решение задач на сплавы, растворы и смеси различными способами.
* Воспитывать интерес к предмету через межпредметные связи с химией, обращая внимание на аккуратность, дисциплинированность и самостоятельность.
* Развивать устную и письменную речь, внимание и логическое мышление.

**Оборудование:**

* компьютер и проектор;
* тексты задач на смеси, растворы и сплавы для решения в классе и дома.

[**Презентация**](http://festival.1september.ru/articles/559922/pril.ppt)

**Слайд 1: Решение задач на смеси, растворы и сплавы.**

Человеку часто приходится смешивать различные жидкости, порошки, газообразные или твердые вещества, или разбавлять что-либо водой. Текстовые задачи на смеси, сплавы и растворы входят в различные сборники заданий по математике ГИА и ЕГЭ.

**«Закон сохранения объема или массы»**

Если два сплава (раствора) соединяют в один «новый» сплав (раствор), то V = V1 + V2 – сохраняется объем;m = m1+ m2 – сохраняется масса.

Примеры: Если сплав содержит свинец и медь в отношении 4:7, то в этом сплаве 4/11 частей от массы сплава составляет масса свинца, а 7/11- масса меди.

**Немного теории.** Абсолютное содержание вещества в смеси – это количество вещества, выраженное в единицах измерения (грамм, литр и др.)

Относительное содержание вещества в смеси – это отношение абсолютного содержания и общей массы (объему) смеси. Часто относительное содержание вещества в смеси называют концентрацией или процентным содержанием. Сумма концентраций всех компонентов смеси равна 1. Если имеется 40%-й раствор соли, то в этом растворе 0,4 объема занимает «чистая» соль. Значит, объемная концентрация соли в растворе равна 0,4.

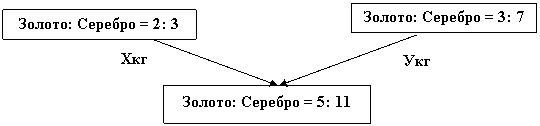
**Слайд 2:Задача №1**

Смешивают 300г 90%-ного раствора соли 900г 30%-ного раствора той же соли. Определить содержание соли в полученном растворе.

**Слайд 3:Задача №2**

Какой раствор получится при смешивании 300 граммов 50%-ного раствора соли и раствора, в котором 120 граммов соли составляют 60%?

**Слайд 4: Имеются сплавы золота и серебра. В одном эти металлы находятся в отношении 2: 3, а в другом в отношении 3: 7. Сколько нужно взять от каждого сплава, чтобы получить 1 кг нового, в котором золото и серебро находились бы в отношении 5: 11?**

****

По этой схеме уравнение х + у =1 показывает массу нового сплава.

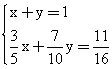
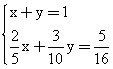
Определяем массу золота в каждом сплаве и получаем уравнение

http://festival.1september.ru/articles/559922/f_clip_image003.gif

Аналогично массу серебра и получаем уравнение

http://festival.1september.ru/articles/559922/f_clip_image005.gif

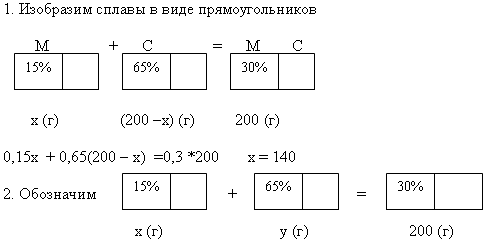
Записываем одну из систем:



Решая ее, получаем х = 0,125 и у = 0,875

Ответ: 125 г и 875 г.

**Слайд 5:Имеются два сплава меди со свинцом. Один сплав содержит 15% меди, а другой 65%. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получилось 200г сплава, содержащего 30% меди?**



http://festival.1september.ru/articles/559922/f_clip_image011.gif

х = 140 и у = 60

Ответ: 140 г меди и 60 г свинца

**Слайд 6:Смешали 30%-й раствор соляной кислоты с 10%-ым раствором и получили 600 г 15%-го раствора. Сколько граммов каждого раствора надо было взять?**

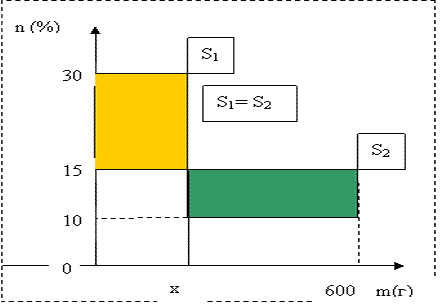
Решение 1: Обозначим x массу первого раствора, тогда масса второго

(600 - x). Составим уравнение: 30x + 10\* (600 - x) = 600 \*15

x = 150

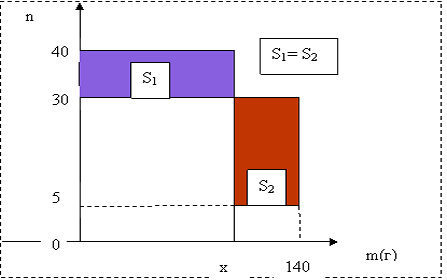
Решение 2: Приравнивание площадей равновеликих прямоугольников: 15x = 5 (600- x)

x =150

****

Ответ: 150 г 30% и 450 г 10% раствора

**Слайд 7:Имеется лом стали двух сортов с содержанием никеля 5% и 40%. Сколько нужно взять металла каждого из этих сортов, чтобы получить140 т стали с содержанием 30% никеля?**

****

С использованием графика:   
(приравнивание площадей равновеликих прямоугольников)

10\*х = 25\*(140 – х)

х = 100

140 – 100 = 40

Ответ: 100 т и 40 т

**Слайд 8:Имеется два кислотных раствора: один 20%, другой 30%. Взяли 0,5 л первого и 1,5 л второго раствора и образовали новый раствор. Какова концентрация кислоты в новом растворе?**

Так как первый раствор 20 % - й, то в нем 0,2 объема занимает «чистая» кислота. Так как объем первого раствора равен 0,5л, то в этом количестве содержится 0,2\*0,5=0,1 л «чистой» кислоты.

Аналогично во втором растворе будет содержаться 0,3\*1,5=0,45л «чистой» кислоты.

При смешивании обоих растворов получим 0,5+1,5=2л кислотного раствора, в котором 0,1+0,45=0,55л «чистой» кислоты.

Отсюда следует, что концентрация кислоты в новом растворе есть отношение 0,55:2=0,275, т.е.27,5%. Ответ: концентрация кислоты в новом растворе 27,5%

**Слайд 9:Имеется руда из двух пластов с содержанием меди 6% и 11%. Сколько «бедной» руды надо взять, чтобы получить при смешивании с «богатой» 20 т руды с содержанием меди 8%?**

Аналитическая модель:

Переведем проценты в дроби: 6%=0,06; 11%=0,11; 8%=0,08

Пусть надо взять х т «бедной» руды, которая будет содержать 0,06х т меди, а «богатой» руды надо взять (20-х) т, которая будет содержать 0,11(20 - х) т меди.

Так как получившиеся 20 т руды будут содержать 20\*0,08 т меди, то получим уравнение:

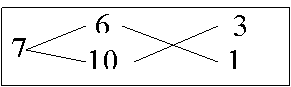
0,06х + 0,11(20 - х) = 20\*0,08.

Решив уравнение, получим х = 12.

Ответ: 12т руды с 6% содержанием меди

**Слайд 10: Старинный способ решения задач на смешивание двух веществ**

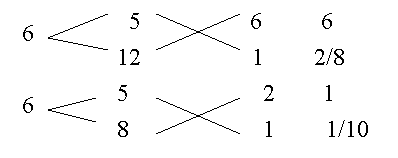
У некоторого человека были на продажу масла двух сортов: одно ценою 10 гривен за ведро, другое же 6 гривен за ведро. Захотелось ему сделать из этих двух масел, смешав их, масло ценою 7 гривен за ведро. Какие части этих двух масел нужно взять, чтобы получить ведро масла ценою 7 гривен?



Из схемы делаем заключение, что дешевого масла нужно взять втрое больше, чем дорогого, т.е. для получения одного ведра ценою 7 гривен нужно взять дорогого масла 1/4 ведра, а дешевого масла 3/4.

**Слайд 11: Способ Л.Ф.Магницкого для трех веществ**

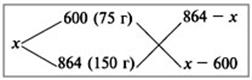
Некто имеет чай трех сортов – цейлонский по 5 гривен за фунт, индийский по 8 гривен за фунт и китайский по 12 гривен за фунт. В каких долях нужно смешать эти сорта, чтобы получить чай стоимостью 6 гривен за фунт?



Взять 6+2=8 частей чая ценой по 5 гривен и по одной части ценой 8 гривен и 12 гривен за один фунт. Возьмем 8/10 фунта чая ценой по 5 гривен за фунт и по1/10 фунта чая ценой 8 и 12 гривен за фунт, то получим 1 фунт чая ценой 8/10\*5 + 1/10\*8 + 1/10\*12 = 6 гривен

**Слайд 12: Сплавили два слитка серебра: 75 г 600-й и 150 г 864-й пробы. Определить пробу сплава.**

Пусть проба сплава равна *х*. Составим диагональную схему:



Получаем: (864 – *х*): (*х* – 600) = 75: 150

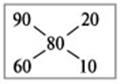
1728 – 2*х* = *х* – 600

*х* = 776.

Ответ: сплав 776-й пробы.

**Слайд 13: «Правило креста»**

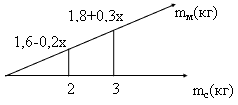
При решении задач на смешивание растворов разных концентраций используется «правило креста». В точке пересечения двух прямых обозначают концентрацию смеси. У концов этих прямых слева от точки пересечения указывают концентрации составных частей смеси, а справа – разности концентраций смеси и ее составных частей:



Например, для приготовления 30 г 80%-го раствора H3PO4 требуется взять 20 г 90%-го и 10 г 60%-го растворов кислоты.

**Слайд 14:От двух кусков сплава с массами 3 кг и 2 кг и с концентрацией меди 0,6 и 0,8 отрезали по куску равной массы. Каждый из отрезанных кусков сплавлен с остатком другого куска, после чего концентрация меди в обоих сплавах стала одинаковой. Какова масса каждого из отрезанных кусков?**

Обозначим массу отрезанного куска х (кг). Так как в обоих сплавах концентрация меди после двух операция стала одинаковой, то массы сплавов и массы меди в этих сплавах пропорциональны. Первоначально массы меди в сплавах равны 0,6\*3(кг) и 0,8\*2(кг). После того, как отрезали куски массой х(кг), содержание меди стало 0,6(3-х) и 0,8(2-х), а после сплавления



0,6(3-х) + 0,8х и 0,8(2-х) +0,6х

http://festival.1september.ru/articles/559922/f_clip_image021.gif

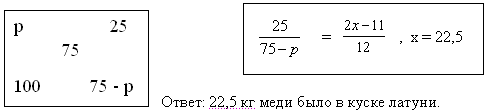
х = 1,2

Ответ: 1,2 кг

**Слайд 15:Латунь – сплав меди и цинка. Кусок латуни содержит меди на 11 кг больше, чем цинка. Этот кусок латуни сплавили с 12 кг меди и получили латунь, в котором 75% меди. Сколько килограммов меди было в куске латуни первоначально?**

Обозначим искомую величину за х. Тогда масса первоначального куска латуни 2х – 11, а его

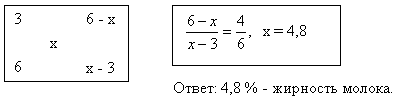
содержание меди составляет http://festival.1september.ru/articles/559922/f_clip_image024.gif процентов. Поскольку «медность» куска меди 100%, то по правилу квадрата получаем:



**Слайд 16:В бидон налили 4л молока трехпроцентной жирности и 6л молока шестипроцентной жирности. Сколько процентов составляет жирность молока в бидоне?**

Обозначим искомую величину за х.

По правилу квадрата получим: Составим пропорцию:



**Слайд 17: Тренировочные варианты ЕГЭ - 2009 и задачи на смеси и сплавы** (для самостоятельной работы)

1. Сплавили 2кг сплава цинка и меди, содержащего 20% цинка, и 6кг сплава цинка и меди, содержащего 40% цинка. Найдите процентную концентрацию меди в получившемся сплаве. Ответ: 65% меди в новом сплаве.

2. Для приготовления маринада необходим 2%-ый раствор уксуса. Сколько нужно добавить воды в 100г 9%-го раствора уксуса, чтобы получить раствор для маринада? Ответ: 350 г воды

**Домашнее задание:** решить несколько (2-3) задач по теме из вариантов ЕГЭ прошлых лет

1.Морская вода содержит 5% соли по массе. Сколько пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды, чтобы концентрация соли составляла 1,5%?

2. Имеются два сплава из цинка, меди и олова. Первый содержит 25 % цинка, второй – 50 % меди. Процентное содержание олова в первом сплаве в два раза больше, чем во втором. Сплавив 200 кг первого и 300 кг второго, получили сплав, где 28 % олова. Сколько же меди в этом новом сплаве?

3. Имеется два слитка, представляющие собой сплавы цинка с медью. Масса первого слитка 2 кг, масса второго – 3 кг. Эти два слитка сплавили вместе с 5 кг.сплава цинка с медью, в котором цинка было 46%, и получили сплав с медью, в котором цинка стало 50 %. Если бы процентное содержание цинка в первом слитке было бы равно процентному содержанию цинка во втором, а процентное содержание цинка во втором такое же, как в первом, то, сплавив эти два слитка с 5 кг сплава, в котором содержится 60 % цинка, мы бы получили сплав, в котором цинка содержится 55 %. найдите процентное содержание цинка в первом и во втором сплавах.

4. Свежие грибы содержали по массе 90 % воды, а сухие 12 %. Сколько получится сухих грибов из 22 кг свежих?

5. Арбуз весил 20 кг и содержал 99 % воды, когда он немного усох, то стал содержать 98 % воды. Сколько теперь весит арбуз?

6. Имеется два слитка золота с серебром. Процентное содержание золота в первом слитке в 2,5 раза больше, чем процентное содержание золота во втором слитке. Если сплавить оба слитка вместе, то получится слиток, в котором будет 40 % золота. Найдите, во сколько раз первый слиток тяжелее второго, если известно, что при сплаве равных по весу частей первого и второго слитков получается сплав, в котором 35 % золота.

7. Кусок сплава меди и цинка массой 36 кг содержит 45 % меди. Сколько килограммов меди нужно добавить к этому куску, чтобы полученный новый сплав содержал 60 % меди?

***Занятие 6***

**Решение задач на смеси, растворы и сплавы из вариантов ЕГЭ**

Цели:

* уметь применять способы решения задач на смеси и сплавы при решении экзаменационных задач
* настраивать учащихся на позитивное отношение к «трудным» задачам

Ход занятия

Многие ученики ненавидят эту задачу и даже не пытаются ее решать. И совершенно зря, потому что смеси и сплавы — одни из самых легких задач B14.

Для решения требуется выполнить три простых шага:

1. Составляем таблицу, в которой указываем общую массу и массу «чистого» вещества для каждой смеси или сплава. Все данные берутся прямо из условия задачи. Например, 50 литров кислоты с концентрацией 15% — это m0 = 50 литров общей массы и m1 = 0,15 · 50 = 7,5 литров «чистого» вещества;
2. Если какие-то ячейки таблицы остались не заполненными, обозначаем их переменными x, y и т.д. Чаще всего в качестве неизвестной величины выступает масса, реже — концентрация;
3. Составить уравнения по правилу: при объединении двух смесей/сплавов их массы складываются. Другими словами, масса полученной смеси равна сумме масс исходных смесей. Аналогично, складываются массы «чистых» веществ.

Если все сделать правильно, то получится одно-два линейных уравнения. Решаем их. После того, как решите уравнение, никогда не спешите  записывать ответ. Запомните:

Прежде чем записать ответ, вернитесь к задаче и еще раз прочитайте, что требуется найти. Потому что решить уравнение — это еще не значит решить текстовую задачу.

Это правило работает для всех текстовых задач, а не только для B14. Многие ученики сосредотачиваются на решении уравнения, но совершенно забывают, что, собственно, требовалось найти. Получается, что по существу задача решена верно, а ответ — неправильный.

***Учащиеся представляют разобранные задачи из вариантов ЕГЭ***

Задача [Рабочая тетрадь «ЕГЭ 2012 по математике»]

Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора того же вещества. Сколько процентов составляет концентрация полученного раствора?

Решение

Итак, у нас есть три вещества:

1. 4 литра 15-процентного раствора;
2. 6 литров 25-процентного раствора;
3. Третий раствор с неизвестной концентрацией.

Составим таблицу:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Общая масса, кг | Масса чистого вещества, кг |
| Раствор 1 (15%) | 4 | 0,15 · 4 = 0,6 |
| Раствор 2 (25%) | 6 | 0,25 · 6 = 1,5 |
| Раствор 3 | x | y |

По условию, нам не дана ни масса нового раствора, ни масса чистого вещества в нем. Поэтому обозначим общую массу x, а массу основного вещества y.

Поскольку при смешивании все массы складываются, получаем уравнения:

4 + 6 = x⇒x = 10;  
0,6 + 1,5 = y⇒y = 2,1.

Уравнения получились настолько простыми, что даже не пришлось составлять систему. Но это еще не ответ! В задаче требуется найти концентрацию нового раствора. Чтобы найти ее, разделим массу чистого вещества на общую массу раствора:

y :x = 2,1 : 10 = 0,21

Итак, доля чистого вещества равна 0,21. Чтобы перевести долю в проценты, умножим на сто:

0,21 · 100 = 21

Ответ21

Задача [Рабочая тетрадь «ЕГЭ 2012 по математике»]

Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?

Решение

Обозначим массу 30-процентного раствора x, а массу 60-процентного раствора y. Получим таблицу:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Общая масса, кг | Масса чистого вещества, кг |
| Раствор 1 (30%) | x | 0,3x |
| Раствор 2 (60%) | y | 0,6y |
| Чистая вода | 10 | 0 |
| Раствор 3 (50%) | 10 | 0,5 · 10 = 5 |
| Смесь «30% + 60% + вода» | x + y + 10 | 0,3x + 0,6y + 0 |
| Смесь «30% + 60% + 50%» | x + y + 10 | 0,3x + 0,6y + 5 |

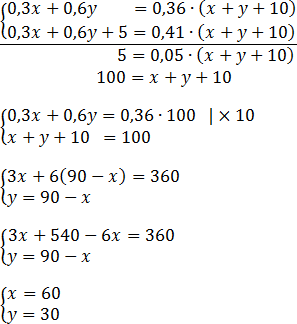
По условию, концентрация смеси «30% + 60% + вода» равна 36%. Получаем уравнение:

0,3x + 0,6y + 0 = 0,36 · (x + y + 10)

Аналогично, концентрация смеси «30% + 60% + 50%» равна 41%. Отсюда получаем еще одно уравнение:

0,3x + 0,6y + 5 = 0,41 · (x + y + 10)

Решаем полученную систему, вычитая первое уравнение из второго:



Теперь вспомним, что надо найти. А нужна масса 30-процентного раствора. Та самая, которую мы обозначили за x. Следовательно, x = 60 — это и есть ответ.

Ответ

60

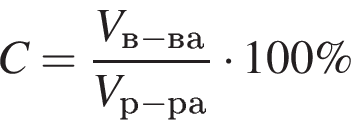
В заключение — два слова об уравнениях. Взгляните на задачи, приведенные выше: все уравнения — линейные. Никаких квадратов, никаких дискриминантов и тем более дробно-рациональных выражений. Вот почему задачи на смеси и сплавы считаются очень легкими.

***Контролирующая самостоятельная работа***

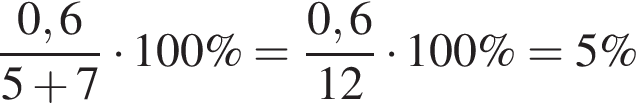
**B 14 № 99571.** В сосуд, со­дер­жа­щий 5 лит­ров 12–про­цент­но­го вод­но­го рас­тво­ра не­ко­то­ро­го ве­ще­ства, до­ба­ви­ли 7 лит­ров воды. Сколь­ко про­цен­тов со­став­ля­ет кон­цен­тра­ция по­лу­чив­ше­го­ся рас­тво­ра?

**Ре­ше­ние.**

Кон­цен­тра­ция рас­тво­ра равна

.

Объем ве­ще­ства в ис­ход­ном рас­тво­ре равен http://reshuege.ru/formula/9b/9bb089b00a651f4827964d046efcac27p.pngлитра. При до­бав­ле­нии 7 лит­ров воды общий объем рас­тво­ра уве­ли­чит­ся, а объем рас­тво­рен­но­го ве­ще­ства оста­нет­ся преж­ним. Таким об­ра­зом, кон­цен­тра­ция по­лу­чен­но­го рас­тво­ра равна:

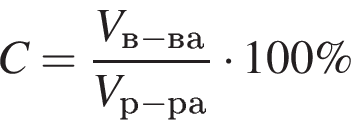
.

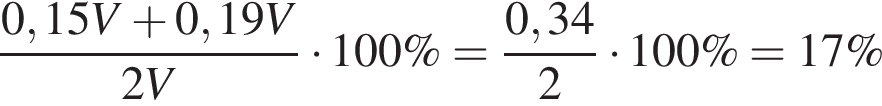
Ответ: 5.

Ответ: 5

**B 14 № 99572.** Сме­ша­ли не­ко­то­рое ко­ли­че­ство 15–про­цент­но­го рас­тво­ра не­ко­то­ро­го ве­ще­ства с таким же ко­ли­че­ством 19–про­цент­но­го рас­тво­ра этого ве­ще­ства. Сколь­ко про­цен­тов со­став­ля­ет кон­цен­тра­ция по­лу­чив­ше­го­ся рас­тво­ра?

**Ре­ше­ние.**

Кон­цен­тра­ция рас­тво­ра равна . Пусть объем по­лу­чив­ше­го­ся рас­тво­ра http://reshuege.ru/formula/a3/a36c71eb239a0231ba0c6e7a4590f062p.pngлит­ров. Таким об­ра­зом, кон­цен­тра­ция по­лу­чен­но­го рас­тво­ра равна:

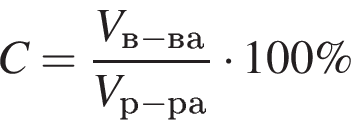


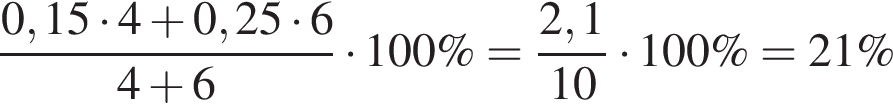
Ответ: 17.

Ответ: 17

**B 14 № 99573.** Сме­ша­ли 4 литра 15–про­цент­но­го вод­но­го рас­тво­ра не­ко­то­ро­го ве­ще­ства с 6 лит­ра­ми 25–про­цент­но­го вод­но­го рас­тво­ра этого же ве­ще­ства. Сколь­ко про­цен­тов со­став­ля­ет кон­цен­тра­ция по­лу­чив­ше­го­ся рас­тво­ра?

**Ре­ше­ние.**

Кон­цен­тра­ция рас­тво­ра равна . Таким об­ра­зом, кон­цен­тра­ция по­лу­чив­ше­го­ся рас­тво­ра равна:

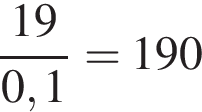


Ответ: 21.

Ответ: 21

**B 14 № 99574.** Ви­но­град со­дер­жит 90% влаги, а изюм — 5%. Сколь­ко ки­ло­грам­мов ви­но­гра­да тре­бу­ет­ся для по­лу­че­ния 20 ки­ло­грам­мов изюма?

**Ре­ше­ние.**

Ви­но­град со­дер­жит 10% пи­та­тель­но­го ве­ще­ства, а изюм — 95%. По­это­му 20 кг изюма со­дер­жат http://reshuege.ru/formula/de/de29f46dcfa9ca69f08acdd1eab5224fp.pngкг пи­та­тель­но­го ве­ще­ства. Таким об­ра­зом, для по­лу­че­ния 20 ки­ло­грам­мов изюма тре­бу­ет­ся кг ви­но­гра­да.

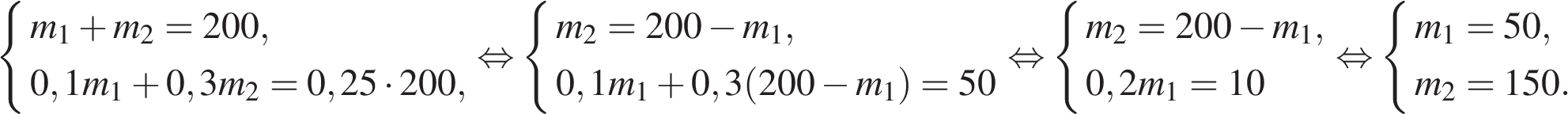
Ответ: 190.

Ответ: 190

**B 14 № 99575.** Име­ет­ся два спла­ва. Пер­вый сплав со­дер­жит 10% ни­ке­ля, вто­рой – 30% ни­ке­ля. Из этих двух спла­вов по­лу­чи­ли тре­тий сплав мас­сой 200 кг, со­дер­жа­щий 25% ни­ке­ля. На сколь­ко ки­ло­грам­мов масса пер­во­го спла­ва мень­ше массы вто­ро­го?

**Ре­ше­ние.**

Пусть масса пер­во­го спла­ва http://reshuege.ru/formula/da/da0819498356ee927115949af294cc43p.pngкг, а масса вто­ро­го – http://reshuege.ru/formula/fa/fa211dca648011de5d2e43da79ad5929p.pngкг. Тогда мас­со­вое со­дер­жа­ние ни­ке­ля в пер­вом и вто­ром спла­вах http://reshuege.ru/formula/93/93cd730f1a0c32d1157054a5b33b03f5p.pngи http://reshuege.ru/formula/5a/5a8b4cd3634c5a368e0925eaa1f3c7c9p.png, со­от­вет­ствен­но. Из этих двух спла­вов по­лу­чи­ли тре­тий сплав мас­сой 200 кг, со­дер­жа­щий 25% ни­ке­ля. По­лу­ча­ем си­сте­му урав­не­ний:



Таким об­ра­зом, пер­вый сплав легче вто­ро­го на 100 ки­ло­грам­мов.

Ответ: 100.

Ответ: 100

**B 14 № 99576.** Пер­вый сплав со­дер­жит 10% меди, вто­рой – 40% меди. Масса вто­ро­го спла­ва боль­ше массы пер­во­го на 3 кг. Из этих двух спла­вов по­лу­чи­ли тре­тий сплав, со­дер­жа­щий 30% меди. Най­ди­те массу тре­тье­го спла­ва. Ответ дайте в ки­ло­грам­мах.

**Ре­ше­ние.**

Пусть масса пер­во­го спла­ва http://reshuege.ru/formula/6f/6f8f57715090da2632453988d9a1501bp.pngкг, а масса вто­ро­го – http://reshuege.ru/formula/62/62741f9c70fe45739614a3dd1afa1cccp.pngкг, масса тре­тье­го спла­ва – http://reshuege.ru/formula/4e/4e9f8206ef0280dd38e89f642a19abffp.pngкг. Пер­вый сплав со­дер­жит 10% меди, вто­рой – 40% меди, тре­тий сплав – 30% меди. Тогда:

http://reshuege.ru/formula/bb/bbde1e78817548675d6408204bbefcb6p.png

Ответ: 9.

Ответ: 9

Домашнее задание: доделать задачи

***Занятие 7***

**ЗАДАЧИ НА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ**

Цели: повторить типы задач на работу; рассмотреть связь между величинами;

отрабатывать алгоритм решения задач на совместную работу.

**Задачи на работу** делятся на два типа:

* задачи, в которых  выполняется [раздельная работа](http://ege-ok.ru/2012/01/19/zadanie-v13-zadacha-na-trubyi/)
* **задачи на совместную работу.**

Если в задаче встречаются слова «выполнили работу вместе» или слова «совместная работа», значит это **задача на совместную работу**.

1. В **задачах на совместную работу** мы имеем дело с теми же тремя параметрами, что и в задачах на раздельную работу:

* объем работы,
* время,
* производительность,

которые связаны между собой формулой:

**объем работы=производительность *время.**

2. **Объем работы**, если он не указан отдельно, **принимаем равным 1**.

3. Вводим два неизвестных:

х – время выполнения всей работы кем-то (или  чем-то) первым

y - время выполнения всей работы кем-то (или  чем-то) вторым.

(В некоторых задачах «выгоднее» принять за неизвестные производительность)

Тогда

1/x– производительность кого-то (или чего-то) первого

1/y- производительность кого-то (или чего-то) первого

И в этом месте появляется параметр, которого не было в задачах на раздельную работу, а именно – **совместная производительность**

совместная производительность равна 1/x+1/y

Рассмотрим примеры решения задач из  Открытого банка заданий для [**подготовки к ЕГЭ  по математике**](http://ege-ok.ru/2011/12/21/kak-pravilno-gotovitsya-k-ege/)**:**

**1. Задание B14 (№ 99617)**

**Даша и Маша пропалывают грядку за 12 минут, а одна Маша — за 20 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?**

Про Машу нам все известно: время ее работы равно 20, следовательно, ее производительность равна 1/20.

Пусть Даша пропалывает грядку за х минут, тогда ее производительность равна 1/x.

Тогда **совместная производительность** равна 1/x+1/20

**Объем работы** примем равным 1.

**Время совместной работы** равно 12 минут, отсюда получаем уравнение:

(1/x+1/20 )*12=1

Решим его:

{12}/x+{12}/20=1

240+12x=20x

8x=240

x=30

**Ответ: 30**

**2. Классическая задача на совместную работу:**

**Задание B14 (№ 99619)**

**Первая труба наполняет резервуар на 6 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 4 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?**

**1. Введем неизвестные:**

Пусть

х – время заполнения резервуара первой трубой

y – время заполнения резервуара второй трубой

1/x– производительность первой трубы

1/y– производительность второй трубы

1/x+1/y– совместная производительность

**2. Примем объем резервуара равным 1**.

**3**. У нас 2 неизвестных, поэтому **будем составлять систему из двух уравнений.**

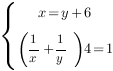
По условию задачи, **первая труба наполняет резервуар на 6 минут дольше, чем вторая**, следовательно время работы первой трубы на 6 минут больше, чем второй:

x=y+6

**Обе трубы наполняют этот же резервуар за 4 минуты**, следовательно, время совместной работы равно 4 минуты. Получаем второе уравнение системы:

(1/x+1/y)4=1

Получили систему уравнений:



(1/{y+6}+1/y)4=1

4/{y+6}+4/y=1

4y+4(y+6)=y(y+6)

y^2-2y-24=0

y_1=6,  y_2=-4– не подходит по смыслу задачи.

**Ответ: 6**

**Задание B14 (№ 99616) (самостоятельное решение с последующей проверкой)**

**Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь — за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?**

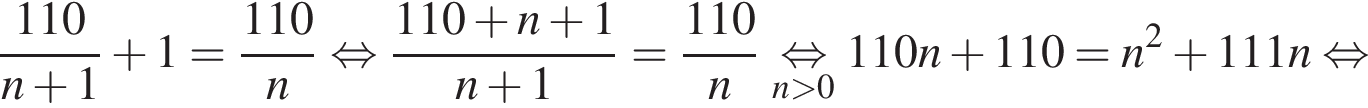
Домашнее задание: рассмотреть задачи из открытого банка ЕГЭ, составить для них уравнения, 3-4 задачи решить

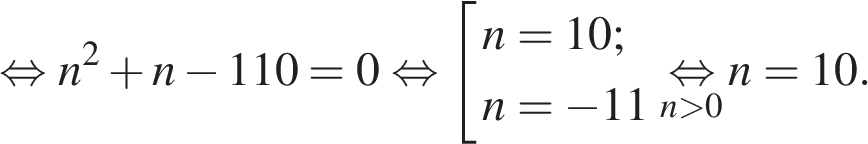
**Задачи на сов­мест­ную работу**

**1. B 14 № 26592.** Заказ на 110 де­та­лей пер­вый ра­бо­чий вы­пол­ня­ет на 1 час быст­рее, чем вто­рой. Сколь­ко де­та­лей в час де­ла­ет вто­рой ра­бо­чий, если из­вест­но, что пер­вый за час де­ла­ет на 1 де­таль боль­ше?

**Ре­ше­ние.**

Обо­зна­чим http://reshuege.ru/formula/7b/7b8b965ad4bca0e41ab51de7b31363a1p.png— число де­та­лей, ко­то­рые из­го­тав­ли­ва­ет за час вто­рой ра­бо­чий. Тогда пер­вый ра­бо­чий за час из­го­тав­ли­ва­ет http://reshuege.ru/formula/40/40b85027598d87611b1c8d5d11e46812p.pngде­таль. На из­го­тов­ле­ние 110 де­та­лей пер­вый ра­бо­чий тра­тит на 1 час мень­ше, чем вто­рой ра­бо­чий, от­сю­да имеем:





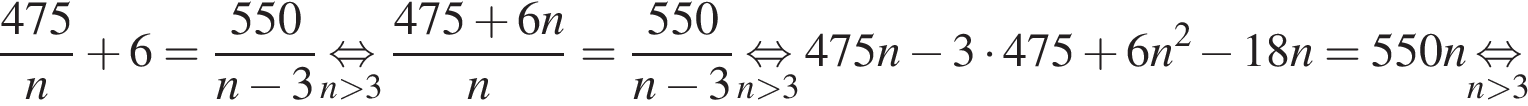
Ответ: 10.

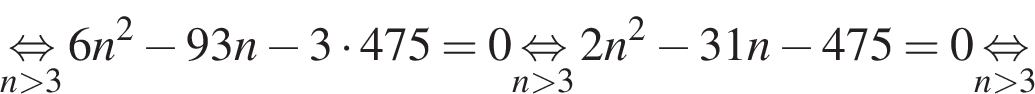
Ответ: 10

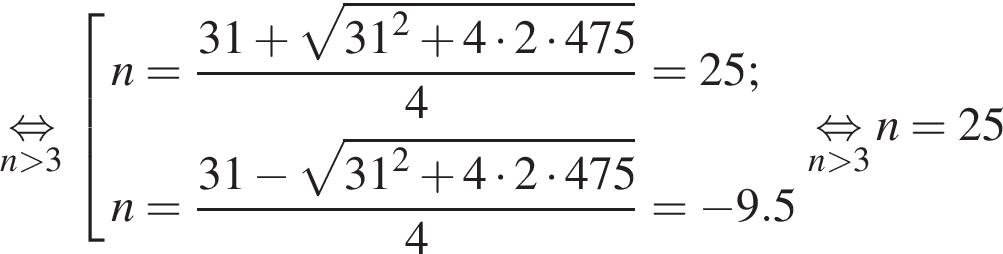
**2. B 14 № 26594.** На из­го­тов­ле­ние 475 де­та­лей пер­вый ра­бо­чий тра­тит на 6 часов мень­ше, чем вто­рой ра­бо­чий на из­го­тов­ле­ние 550 таких же де­та­лей. Из­вест­но, что пер­вый ра­бо­чий за час де­ла­ет на 3 де­та­ли боль­ше, чем вто­рой. Сколь­ко де­та­лей в час де­ла­ет пер­вый ра­бо­чий?

**Ре­ше­ние.**

Обо­зна­чим http://reshuege.ru/formula/7b/7b8b965ad4bca0e41ab51de7b31363a1p.png– число де­та­лей, ко­то­рые из­го­тав­ли­ва­ет за час пер­вый ра­бо­чий, тогда вто­рой ра­бо­чий за час из­го­тав­ли­ва­ет http://reshuege.ru/formula/3c/3c49542d877de0b38803264f46a066abp.pngде­та­лей, http://reshuege.ru/formula/c9/c9f2b49f42dbc410f73959629b867c19p.png. На из­го­тов­ле­ние 475 де­та­лей пер­вый ра­бо­чий тра­тит на 6 часов мень­ше, чем вто­рой ра­бо­чий на из­го­тов­ле­ние 550 таких же де­та­лей, от­сю­да имеем:





.

Таким об­ра­зом, пер­вый ра­бо­чий де­ла­ет 25 де­та­лей в час

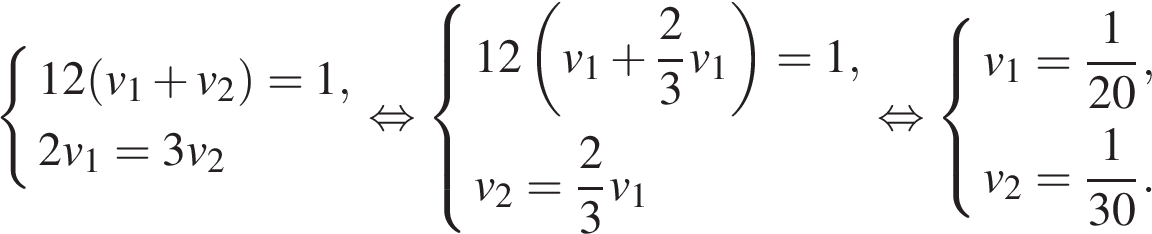
Ответ: 25.

Ответ: 25

**3. B 14 № 26596.** Двое ра­бо­чих, ра­бо­тая вме­сте, могут вы­пол­нить ра­бо­ту за 12 дней. За сколь­ко дней, ра­бо­тая от­дель­но, вы­пол­нит эту ра­бо­ту пер­вый ра­бо­чий, если он за два дня вы­пол­ня­ет такую же часть ра­бо­ты, какую вто­рой – за три дня?

**Ре­ше­ние.**

Обо­зна­чим http://reshuege.ru/formula/ff/ffc5c3b582a965872d99195c815deb4bp.pngи http://reshuege.ru/formula/6d/6dbe39ccb422cd0da8226a6773c4f61dp.png– объёмы работ, ко­то­рые вы­пол­ня­ют за день пер­вый и вто­рой ра­бо­чий, со­от­вет­ствен­но, пол­ный объём работ при­мем за 1. Тогда по усло­вию за­да­чи http://reshuege.ru/formula/e2/e202bbeb686297c7a5cbdc2e5531ed2ep.pngи http://reshuege.ru/formula/c2/c235c42b229410629913707466e7ff0fp.png. Решим по­лу­чен­ную си­сте­му:



Тем самым, пер­вый ра­бо­чий за день вы­пол­ня­ет одну два­дца­тую всей ра­бо­ты, зна­чит, ра­бо­тая от­дель­но, он спра­вит­ся с ней за 20 дней.

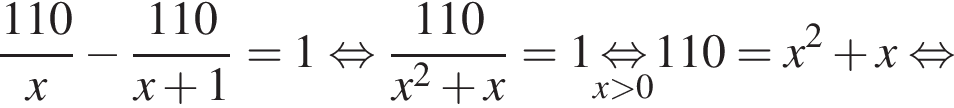
Ответ: 20.

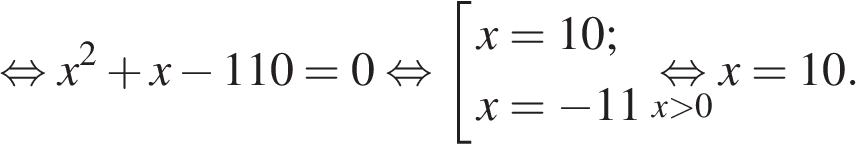
Ответ: 20

**4. B 14 № 26597.** Пер­вая труба про­пус­ка­ет на 1 литр воды в ми­ну­ту мень­ше, чем вто­рая. Сколь­ко лит­ров воды в ми­ну­ту про­пус­ка­ет пер­вая труба, если ре­зер­ву­ар объ­е­мом 110 лит­ров она за­пол­ня­ет на 1 ми­ну­ту доль­ше, чем вто­рая труба?

**Ре­ше­ние.**

Обо­зна­чим http://reshuege.ru/formula/9d/9dd4e461268c8034f5c8564e155c67a6p.png— ко­ли­че­ство лит­ров воды, про­пус­ка­е­мой пер­вой тру­бой в ми­ну­ту, тогда вто­рая труба про­пус­ка­ет http://reshuege.ru/formula/cf/cf267a0bc414e4ea2681d6bd522a8992p.pngлит­ров воды в ми­ну­ту. Ре­зер­ву­ар объ­е­мом 110 лит­ров пер­вая труба за­пол­ня­ет на 1 ми­ну­ту доль­ше, чем вто­рая труба, от­сю­да имеем:





Таким об­ра­зом, пер­вая труба про­пус­ка­ет 10 лит­ров воды в ми­ну­ту.

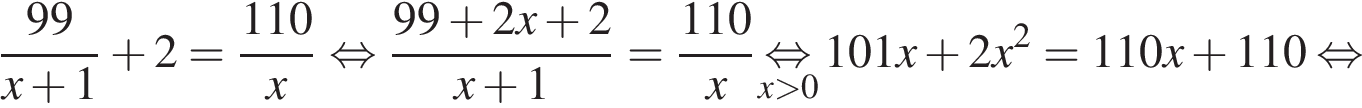
Ответ: 10.

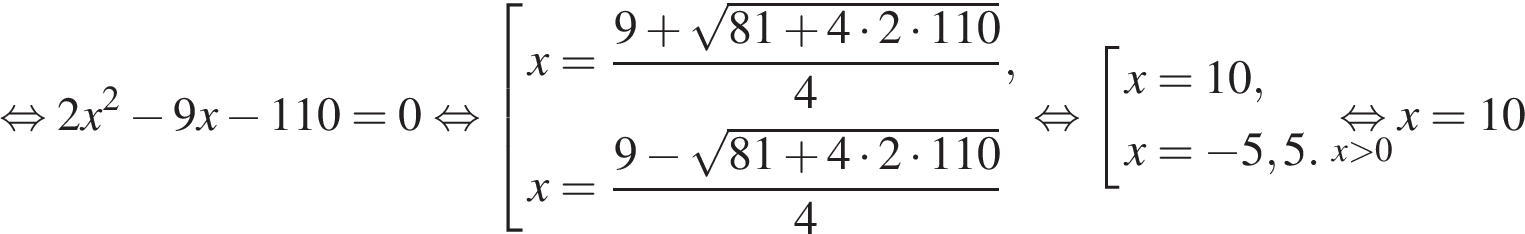
Ответ: 10

**5. B 14 № 26599.** Пер­вая труба про­пус­ка­ет на 1 литр воды в ми­ну­ту мень­ше, чем вто­рая. Сколь­ко лит­ров воды в ми­ну­ту про­пус­ка­ет пер­вая труба, если ре­зер­ву­ар объ­е­мом 110 лит­ров она за­пол­ня­ет на 2 ми­ну­ты доль­ше, чем вто­рая труба за­пол­ня­ет ре­зер­ву­ар объ­е­мом 99 лит­ров?

**Ре­ше­ние.**

Пусть http://reshuege.ru/formula/9d/9dd4e461268c8034f5c8564e155c67a6p.pngлит­ров — объем воды, про­пус­ка­е­мой пер­вой тру­бой в ми­ну­ту, тогда вто­рая труба про­пус­ка­ет http://reshuege.ru/formula/cf/cf267a0bc414e4ea2681d6bd522a8992p.pngлит­ров воды в ми­ну­ту. Ре­зер­ву­ар объ­е­мом 110 лит­ров пер­вая труба за­пол­ня­ет на 2 ми­ну­ты доль­ше, чем вто­рая труба за­пол­ня­ет ре­зер­ву­ар объ­е­мом 99 лит­ров, от­сю­да имеем:



.

Зна­чит, пер­вая труба про­пус­ка­ет 10 лит­ров, а вто­рая — 11 лит­ров воды в ми­ну­ту.

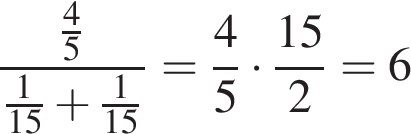
Ответ: 10.

Ответ: 10

**6. B 14 № 99613.** Каж­дый из двух ра­бо­чих оди­на­ко­вой ква­ли­фи­ка­ции может вы­пол­нить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них при­сту­пил к вы­пол­не­нию за­ка­за, к нему при­со­еди­нил­ся вто­рой ра­бо­чий, и ра­бо­ту над за­ка­зом они до­ве­ли до конца уже вме­сте. Сколь­ко часов по­тре­бо­ва­лось на вы­пол­не­ние всего за­ка­за?

**Ре­ше­ние.**

Ра­бо­чий вы­пол­ня­ет 1/15 часть за­ка­за в час, по­это­му за 3 часа он вы­пол­нит 1/5 часть за­ка­за. После этого к нему при­со­еди­ня­ет­ся вто­рой ра­бо­чий, и, ра­бо­тая вме­сте, два ра­бо­чих долж­ны вы­пол­нить 4/5 за­ка­за. Чтобы опре­де­лить время сов­мест­ной ра­бо­ты, раз­де­лим этот объём ра­бо­ты на сов­мест­ную про­из­во­ди­тель­ность:

часов.

Тем самым, на вы­пол­не­ние всего за­ка­за по­тре­бу­ет­ся 6 + 3 = 9 часов.

Ответ: 9.

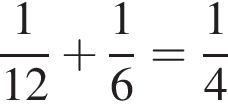
**При­ве­дем дру­гое ре­ше­ние.**

Один ра­бо­чий ра­бо­тал 3 часа и дол­жен был бы еще 12, но к нему при­со­еди­нил­ся вто­рой ра­бо­чий, и они стали ра­бо­тать в два раза быст­рее. По­это­му вдво­ем они ра­бо­та­ли толь­ко 6 часов. Зна­чит, пол­ное время ра­бо­ты 9 часов.

Ответ: 9

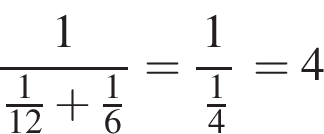
**7. B 14 № 99614.** Один ма­стер может вы­пол­нить заказ за 12 часов, а дру­гой — за 6 часов. За сколь­ко часов вы­пол­нят заказ оба ма­сте­ра, ра­бо­тая вме­сте?

**Ре­ше­ние.**

Пер­вый ма­стер вы­пол­ня­ет 1/12 ра­бо­ты в час, а вто­рой — 1/6 ра­бо­ты в час. Сле­до­ва­тель­но, ра­бо­тая вме­сте, ма­сте­ра вы­пол­ня­ют ра­бо­ты в час. По­это­му всю ра­бо­ту ма­сте­ра вы­пол­нят за 4 часа.

*Дру­гое рас­суж­де­ние.*

Время ра­бо­ты равно от­но­ше­нию объёма к ско­ро­сти её вы­пол­не­ния. По­это­му два ма­сте­ра, ра­бо­тая вме­сте, вы­пол­нят заказ за

часа.

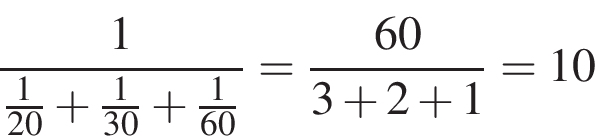
Ответ: 4.

Ответ: 4

**8. B 14 № 99615.** Пер­вый насос на­пол­ня­ет бак за 20 минут, вто­рой — за 30 минут, а тре­тий — за 1 час. За сколь­ко минут на­пол­нят бак три на­со­са, ра­бо­тая од­но­вре­мен­но?

**Ре­ше­ние.**

Обо­зна­чим объем бака за 1. Тогда три на­со­са, ра­бо­тая вме­сте, за­пол­нят бак за

минут.

Ответ: 10.

**При­ве­дем дру­гое ре­ше­ние.**

Пер­вый насос за ми­ну­ту на­пол­ня­ет одну два­дца­тую бака, вто­рой — одну трид­ца­тую, тре­тий — одну ше­сти­де­ся­тую. Ра­бо­тая вме­сте, за ми­ну­ту они на­пол­нят шесть ше­сти­де­ся­тых или одну де­ся­тую бака. Зна­чит, весь бак на­со­сы на­пол­нят за 10 минут.

**При­ве­дем дру­гое ре­ше­ние.**

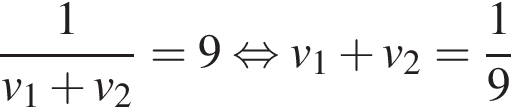
За один час пер­вый насос на­пол­нит 3 бака, вто­рой — 2 бака, а тре­тий — 1 бак. Ра­бо­тая вме­сте, за один час они 6 баков. Зна­чит, один бак на­со­сы на­пол­нят в шесть раз быст­рее, т. е. за 10 минут.

Ответ: 10

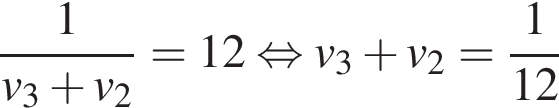
**9. B 14 № 99616.** Игорь и Паша кра­сят забор за 9 часов. Паша и Во­ло­дя кра­сят этот же забор за 12 часов, а Во­ло­дя и Игорь – за 18 часов. За сколь­ко часов маль­чи­ки по­кра­сят забор, ра­бо­тая втро­ем?

**Ре­ше­ние.**

Обо­зна­чим вы­пол­ня­е­мую маль­чи­ка­ми ра­бо­ту по по­крас­ке за­бо­ра за 1. Пусть за http://reshuege.ru/formula/69/69e02cadbf46a46f35c894f85c283c48p.png, http://reshuege.ru/formula/76/76604e7518afe0fbd7becf332f3750b1p.png, http://reshuege.ru/formula/3c/3cc8abf5bfc86e790ee4dbbd2985a727p.pngчасов Игорь, Паша и Во­ло­дя, со­от­вет­ствен­но, по­кра­сят забор, ра­бо­тая са­мо­сто­я­тель­но. Игорь и Паша кра­сят забор за 9 часов:

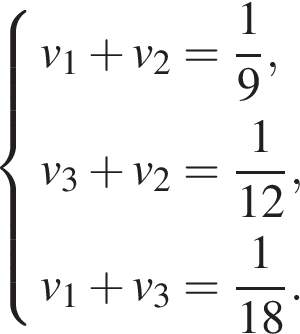


Паша и Во­ло­дя кра­сят этот же забор за http://reshuege.ru/formula/c2/c20ad4d76fe97759aa27a0c99bff6710p.pngчасов:

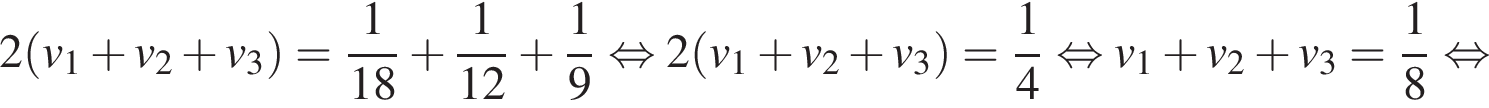
,

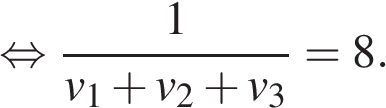
а Во­ло­дя и Игорь — за 18 часов:

По­лу­ча­ем си­сте­му урав­не­ний:



Про­сум­ми­ру­ем левые и пра­вые части дан­ных трех урав­не­ний, по­лу­чим:

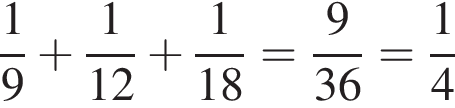




Ответ: 8.

**При­ведём ещё одно ре­ше­ние.**

За один час Игорь и Паша кра­сят забор за 1/9 за­бо­ра, Паша и Во­ло­дя кра­сят 1/12 за­бо­ра, а Во­ло­дя и Игорь — за 1/18 за­бо­ра. Ра­бо­тая вме­сте, за один час два Игоря, Паши и Во­ло­ди по­кра­си­ли бы:

  за­бо­ра.

Тем самым, они могли бы по­кра­сить один забор за 4 часа. По­сколь­ку каж­дый из маль­чи­ков был учтен два раза, в ре­аль­но­сти Игорь, Паша и Во­ло­дя могут по­кра­сить забор за 8 часов.

**При­ме­ча­ние Дмит­рия Гу­щи­на.**

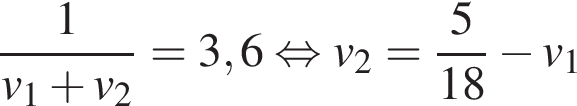
За­ме­тим, что за 36 часов Игорь и Паша могут по­кра­сить 4 за­бо­ра, Паша и Во­ло­дя — 3 за­бо­ра, а Во­ло­дя и Игорь — 2 за­бо­ра. Ра­бо­тая вме­сте, за 36 часов они могли бы по­кра­сить 9 за­бо­ров. Сле­до­ва­тель­но, один забор два Игоря, два Паши и два Во­ло­ди могут по­кра­сить за 4 часа. По­это­му, ра­бо­тая втро­ем, Игорь, Паша и Во­ло­дя по­кра­сят забор за 8 часов.

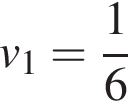
Ответ: 8

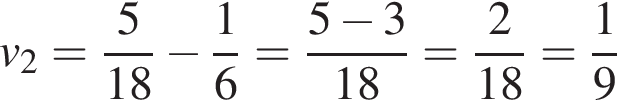
**10. B 14 № 99618.** Две трубы на­пол­ня­ют бас­сейн за 3 часа 36 минут, а одна пер­вая труба на­пол­ня­ет бас­сейн за 6 часов. За сколь­ко часов на­пол­ня­ет бас­сейн одна вто­рая труба?

**Ре­ше­ние.**

Пусть объем бас­сей­на равен 1. Обо­зна­чим http://reshuege.ru/formula/ff/ffc5c3b582a965872d99195c815deb4bp.pngи http://reshuege.ru/formula/6d/6dbe39ccb422cd0da8226a6773c4f61dp.png— ско­ро­сти на­пол­не­ния бас­сей­на пер­вой и вто­рой тру­бой, со­от­вет­ствен­но. Две трубы на­пол­ня­ют бас­сейн за 3 часа 36 минут:

.

По усло­вию за­да­чи одна пер­вая труба на­пол­ня­ет бас­сейн за 6 часов, то есть . Таким об­ра­зом,

.

Тем самым, вто­рая труба за час на­пол­ня­ет 1/9 бас­сей­на, зна­чит, вто­рая труба на­пол­ня­ет этот бас­сейн за 9 часов.

Ответ: 9.

**При­ве­дем дру­гое ре­ше­ние.**

Пер­вая труба за час на­пол­ня­ет 1/6 бас­сей­на, зна­чит, за 3 ч 36 мин = 3,6 часа она за­пол­нит 0,6 бас­сей­на. Сле­до­ва­тель­но, вто­рая труба за 3,6 часа за­пол­нит 0,4 бас­сей­на. По­это­му весь бас­сейн она за­пол­нит за время 3,6:0,4 = 9 часов.

Ответ: 9

***Занятие 8***

**ЗАДАЧИ НА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ**

Занятие проводится в форме консультации

**ДИДАКТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ**

**ПО ТЕМЕ «ЗАДАЧИ НА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ»**

1. Две трубы при совместной работе могут наполнить бассейн за 4 часа. Если бы сначала первая труба наполнила половину бассейна, а затем ее перекрыли и открыли вторую, то наполнение бассейна было бы закончено за 9 часов. За сколько часов может наполнить этот бассейн каждая труба в отдельности?

Решение: вся работа равна 1. Пусть первая труба заполнит бассейн за (*х*) час., а вторая – за (*у*) час. Составим и решим систему уравнений:





Ответ одна труба может заполнить бассейн за 12 час., а вторая – за 6 час.

2. Одна из труб может наполнить водой бак на 10 мин. быстрее другой. За какое время может наполнить этот бак каждая труба, если при совместном действии этих труб в течение 8 мин. было заполнено  бака?

Решение: пусть одна труба заполняет бак за (*х*) мин., тогда вторая труба заполнит бак за (*х* + 10) мин. Составим и решим уравнение:





1) 20 + 10 = 30 мин.

Ответ: первая труба заполнит бак за 20 мин., а вторая – за 30 мин.

3. В бассейн проведены две трубы разного сечения. Одна равномерно подает, а вторая равномерно отводит воду, причем через первую бассейн наполняется на 2 часа дольше, чем через вторую опорожняется. При заполненном на бассейна были открыты две трубы, и бассейн оказался пустым спустя 8 час. За сколько часов, действуя отдельно, первая труба наполняет, а вторая опорожняет бассейн.

4. Четыре бригады должны разгрузить вагон с продуктами. Вторая, третья и четвертая бригады вместе могут выполнить эту работу за 4 ч.; первая, третья и четвертая – за 3 часа. Если же будут работать только первая и вторая бригада, то вагон будет загружен за 6 час. За какое время могут разгрузить вагон все четыре бригады, работая вместе?

5. Две бригады, работая вместе, должны отремонтировать участок дороги за 18 дней. В действительности же получилось так, что сначала работала первая бригада, а заканчивала ремонт участка дороги вторая бригада. В результате ремонт участка дороги продолжался 40 дней, причем первая бригада в свое рабочее время выполнила  всей работы. За сколько дней был бы отремонтирован участок дороги каждой бригадой отдельно?

6. Одна мельница может смолоть 38 ц пшеницы за 6 часов, другая - 96 ц за 15 часов, третья – 35 ц за 7 часов. Как распределить 133 т пшеницы между мельницами, чтобы они мололи зерно в течение одного и того же времени.

7. Лесхоз планировал заготовить за несколько дней 216 новогодних елей. Первые три дня лесхоз выполнял установленную ежедневную норму, а потом стал заготавливать на 2 ели в день больше. Поэтому уже за 1 день до срока было заготовлено 232 ели. Сколько елей ежедневно заготавливал лесхоз в первые три дня работы.

8. Машинистка должна была напечатать за определенное время 200 страниц. Печатая в день на 5 страниц больше, чем планировала, она завершила работу на два дня раньше срока. Сколько страниц в день печатала машинистка?

Решение: пусть машинистка фактически набирала (*х*) страниц в день, тогда по плану она должна была набирать (*х* - 5) страниц в день. Таким образом планировалось напечатать 200 страниц за 200 : (*х*-5) дней, в то время как машинистка справилась с работой на 2 дня раньше. Составим и решим уравнение:





Ответ: машинистка печатала по 25 страниц в день.

1. Николай планировал, что сможет хорошо подготовиться к экзамену, если будет решать по 12 задач в день. Однако ежедневно он перевыполнял свою норму на 8 задач и уже за 5 дней до экзамена решил на 20 задач больше, чем планировал сначала. Сколько задач решил Коля?

***Занятие 9***

***Задачи на движение***

Цели: моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

## При решении задач на движение принимают такие допущения:

* движение считается равномерным, если нет специальных оговорок;
* изменение направления движения и переходы на новый режим движения считаются происходящими мгновенно;
* если два тела начинают движение одновременно (если одно тело догоняет другое), то в случае, если они встречаются, каждое тело с момента выхода и до встречи затрачивает одинаковое время;
* если тела выходят в разное время, то до момента встречи из них затрачивает время больше то, которое выходит раньше.
* все величины, как правило, положительные (в природе скорость расстояние и время положительны), поэтому можно смело умножать, делить и возводить в квадрат получающиеся уравнения и неравенства, не делая необходимых в таких случаях оговорок.

Основные соотношения

* *v*=*ts* - скорость движущегося объекта прямо пропорциональна пути ***s*** и обратно пропорциональна времени ***t***.
* *t*=*s*0*v*1+*v*2 - время, за которое два объекта движущиеся навстречу друг другу со скоростью соответственно *v*1 и *v*2 преодолевают начальное расстояние *s*0.
* *t*=*s*0*v*1−*v*2 - время, за которое два объекта движущиеся в одном направлении со скоростью соответственно *v*1 и *v*2 (*v*1http://uztest.ru/jsmath/jsMath/fonts/cmmi10/alpha/120/char3E.png*v*2) преодолевают начальное расстояние между ними, равное *s*0 и первый объект догонит второго.

Задачи, связанные с движением двух тел удобно решать, если занести исходные данные в таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Скорость** v | **Время *t*** | **Расстояние *s*** |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

1. Два пешехода выходят навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 30 км. Если первый выйдет на 2 часа раньше второго, то он встретит второго пешехода через 4,5 часа после своего выхода. Если второй выйдет на 2 часа раньше первого, то он встретит первого пешехода через 5 часов после своего выхода. С какой скоростью идет каждый пешеход?

Решение: пусть первый пешеход двигался со скоростью км/ч, а второй со скоростью км/ч. В первом случае один пешеход пройдет (4,5 *х*) км, а другой – (2,5 *у*) км. Во втором случае первый пешеход пройдет (3 х) км, а второй – (5 *у*) км. Зная, что расстояние между двумя пунктами равно 30 км, можем составить систему уравнений:



Ответ: скорость первого пешехода 5 км/ч, а второго 3 км/ч.

2. Турист, находящийся в спортивном лагере, должен успеть к поезду на железнодорожную станцию. Если он поедет на велосипеде со скоростью 15 км/ч, то опоздает на 30 минут. Если же он поедет на автобусе, скорость которого 40 км/ч, то приедет за 2 часа раньше до отхода поезда. Чему равно расстояние от лагеря до станции?

Решение: пусть расстояние от лагеря до станции равно *(х*) км. Тогда на велосипеде турист проедет это расстояние за ч, а на ч. Зная, что в первом случае турист опоздает на 0,5 ч, а во втором приедет на 2 часа раньше срока, составим уравнение:

2







Ответ: расстояние от лагеря до станции равно 60 км.

**ДИДАКТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ**

**ПО ТЕМЕ «ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ»**

1. Два пешехода выходят навстречу друг другу из разных пунктов, расстояние между которыми 40 км. Если первый выйдет на час раньше второго, то они встретятся через 3 часа после выхода первого. Если второй выйдет на час раньше первого, то они встретятся через 2 часа после выхода первого. С какой скоростью идет каждый пешеход?

2. Два велосипедиста выезжают навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 50 км. Если первый выедет на час раньше второго, то они встретятся через 2 часа после выезда второго. Если второй выедет на 2 часа раньше первого, то они встретятся через час после выезда первого. С какой скоростью едет каждый велосипедист?

3. Два пешехода выходят навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 50 км. Если первый выйдет на 3 часа раньше второго, то они встретятся через 4 часа после выхода второго. Скорость первого пешехода на 1 км/ч больше скорости второго. С какой скоростью идет каждый пешеход?

4. Два бегуна выбегают навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми равно 45 км. Сумма скорости бегунов равна 16,5 км/ч. Если первый бегун выбежит на полчаса раньше второго, то они встретятся через 2,5 часа после того, как выбежит второй бегун. С какой скоростью бежит каждый бегун?

5. Два велосипедиста выезжают навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 80 км. Скорость первого на 3 км/ч меньше скорости второго. Если второй выедет на 1 час раньше первого, то они встретятся через 2 часа после выезда первого. С какой скоростью едет каждый велосипедист?

6. *Два пешехода вышли одновременно из своих сёл А и В навстречу друг другу. После встречи первый шёл 25 минут до села В, а второй шёл 36 минут до села А. Сколько минут они шли до встречи?*

7. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 25 км, одновременно выехали автобус и автомобиль. Во время пути автомобиль сделал остановку на 2 мин., но в пункт В приехал на 3 мин. раньше автобуса. Найдите скорости автомобиля и автобуса, если известно, что скорость автобуса в 1,2 раза меньше скорости автомобиля.

Решение: пусть скорость автобуса (*х*) км/ч, тогда скорость автомобиля (1,2 *х*) км/ч. Таким образом, время движения автобуса **** ч, а автомобиля **** ч. Зная, что автомобиль сделал остановку на 2 мин., но приехал на 3 мин. раньше автобуса, составим уравнение:

****

****

****

****

****1,2 = 60 (км/ч) – скорость автомобиля.

Ответ: 50 км/ч – скорость автобуса; 60 км/ч – скорость автомобиля.

***Занятие 10-11***

**Решение текстовых задач на движение методом подобия.**

Цель урока: разобрать на примерах один из способов решения текстовых задач на движение –метод подобия.

**Оборудование:**

* компьютер и проектор;
* тексты задач на движение для решения в классе и дома
* [**Презентация**](http://festival.1september.ru/articles/559922/pril.ppt)

**2. Актуализация опорных знаний.**

Фронтальный опрос.

* Какие треугольники называются подобными?
* Какие признаки подобия вы знаете?
* Устное решение задач по готовым чертежам.[(слайд2, слайд3)](http://festival.1september.ru/articles/568293/pril1.pptx)
* Какое движение называется равномерным?
* Как выглядит график равномерного прямолинейного движения?
* В какой зависимости находятся время, скорость и расстояние при равномерном прямолинейном движении?
* Даны графики равномерного прямолинейного движения. Сравните скорости тел. [(слайд4)](http://festival.1september.ru/articles/568293/pril1.pptx)

**3. Разбор домашнего задания.**

Предварительно на дом учащимся было предложено решить следующую задачу.

*Два пешехода вышли одновременно из своих сёл А и В навстречу друг другу. После встречи первый шёл 25 минут до села В, а второй шёл 36 минут до села А. Сколько минут они шли до встречи?*

[(слайд5)](http://festival.1september.ru/articles/568293/pril1.pptx)

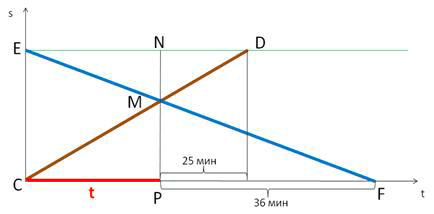


Рисунок 1

Решение записывается на доске.

Для доказательства подобия треугольников используются возможности интерактивной доски *(выделение равных элементов).*

***Какие треугольники подобны?***

http://festival.1september.ru/articles/568293/img4.gifMFC и http://festival.1september.ru/articles/568293/img4.gifMED

***По какому признаку?***

По первому признаку подобия. *(http://festival.1september.ru/articles/568293/img3.gifС=http://festival.1september.ru/articles/568293/img3.gif D, http://festival.1september.ru/articles/568293/img3.gifE=http://festival.1september.ru/articles/568293/img3.gif F)*

***Что надо найти в задаче?***

Отрезок CP *(обозначим его буквой t).*

***Какое соотношение можно составить?***

http://festival.1september.ru/articles/568293/Image4280.gif,используя данные задачи, получим http://festival.1september.ru/articles/568293/Image4281.gif, откуда t = 30.

Учащиеся решают полученное уравнение. Ответ:пешеходы до встречи шли 30 минут.

Учащимися сравниваются два способа решения *(домашняя работа и предложенный вариант).* Делаются выводы.

Учащимся предлагается решить ещё одну задачу.

*В один и тот же час навстречу друг другу должны были выйти А из посёлка М и В из посёлка N. Однако А задержался и вышел позже на 6 ч. При встрече выяснилось, что А прошёл на 12 км меньше, чем В.Отдохнув, они одновременно покинули место встречи и продолжили путь с прежней скоростью. В результате А пришёл в N через 8 ч, а В пришёл в М через 9 ч после встречи. Определите расстояние между посёлками MN и скорости пешеходов,*

Ученикам предлагаются 3 задачи для самостоятельного решения *(в виде индивидуальной карточки).*[(слайд8)](http://festival.1september.ru/articles/568293/pril1.pptx)

*1. Пешеход вышел из пункта А в пункт В. Через 45минут из А в В выехал велосипедист. Когда велосипедист прибыл в пункт В, пешеходу оставалось пройти 3/8 всего пути. Сколько времени потратил пешеход на весь путь, если известно, что велосипедист догнал пешехода на половине пути из пункта А в пункт В, а скорости пешехода и велосипедиста постоянны?*

*2. Два автомобиля выезжают одновременно из пунктов А и В навстречу друг другу по одной и той же дороге. Первый автомобиль прибывает в пункт В через 15 часов после выезда, а второй прибывает в пункт А через 4 часа после их встречи. Сколько времени прошло от момента выезда автомобилей до момента их встречи, если оба автомобиля двигались с постоянной скоростью, стр. 245, №548*

*3. Один турист вышел в 6 ч, а второй – навстречу ему в 7 ч. Они встретились в 8 ч и, не останавливаясь, продолжили путь. Сколько времени затратил каждый из них на весь путь, если первый пришёл в то место, из которого вышел второй, на 28мин позже, чем второй пришёл в то место, откуда вышел первый? Считается, что каждый шёл без остановок с постоянной скоростью, №13.317*

Решение первой задачи из домашнего задания разбирается на доске. Выполняется чертёж.Обсуждается решение. Закончить решение задачи учащимся предлагается в ходе выполнения домашнего задания.[(слайд9)](http://festival.1september.ru/articles/568293/pril1.pptx)

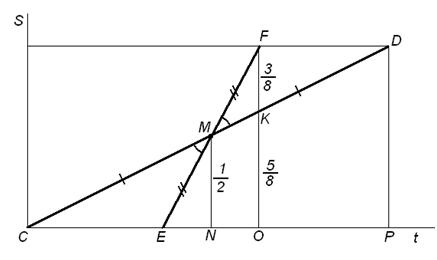


Рисунок 2

**Ход обсуждения**

***Что надо найти в задаче?***

Отрезок СD.

***Что можно заметить на чертеже?***

Что http://festival.1september.ru/articles/568293/img4.gifCME = http://festival.1september.ru/articles/568293/img4.gifDMF

***По какому признаку? Докажите.****(Учащиеся доказывают).*

***Что показывает отрезок FK ?***

Путь, который осталось пройти пешеходу?

***Сколько времени потратил пешеход на этот путь?***

45 мин, т.к. CE= DF

На этом обсуждение заканчивается.

***Занятие 12***

**Задачи на движение по реке**

Цели: моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

**В задачах на движение по реке учитывается скорость течения реки. Плот может  двигаться только по течению реки со скоростью течения.**

Лодки, катера, баржи имеют  собственную скорость. При движении по течению реки их скорость суммируется со скоростью течения, а при движении против течения реки их скорость уменьшается на величину, равную скорости течения.

Иногда в задачах  движение против течения реки называют **"вверх по течению"**, а движение по течению реки называют **"вниз по течению"**

**При плавании по озеру** лодки, катера и баржи движутся только с собственной скоростью (скоростью в стоячей воде).

Озеро (море) – стоячая вода, поэтому при движении она не помогает,но и не препятствует движению катера (или другого объекта).Очевидно, что катер движется с той скоростью, которая называетсясобственной скоростью катера (скоростью, обусловленноймощностью его двигателя).

При движении по течению реки (часто говорят – «вниз» по реке)скорость катера увеличивается, т.к. движущаяся вода как бы«подталкивает», т.е. убыстряет его движение. В этом случае ксобственной скорости катера необходимо прибавить скорость теченияреки.

При движении против течения реки («вверх» по реке) скорость катерауменьшается, т.к. река замедляет его движение, «сносит» катер. Вэтом случае от собственной скорости катера следует вычесть скоростьтечения реки.

1. Катер, собственная скорость которого 8 км/ч, прошел по реке расстояние, равное 15 км, по течению и такое же расстояние против течения реки. Найдите скорость течения реки, если время, затраченное на весь путь, равно 4 часа.

Решение: пусть скорость течения реки равна (*х*) км/ч, тогда (8-*х*) км/ч – скорость катера против течения реки, а (8+*х*) км/ч – скорость катера по течению реки. Запишем и решим уравнение:

****

т.к. *х* = -2 не подходит по смыслу задачи, то *х*=2.

Ответ: 2 км/ч – скорость течения реки.

2. Моторная лодка отправилась по реке от одной пристани к другой и через 2,5 часа вернулась обратно, затратив на стоянку 25 минут. Найдите скорость течения реки, если собственная скорость лодки равна 20 км/ч, а расстояние между пристанями 20 км.

3. За 7 часов катер прошел 60 км по течению реки и 64 км против течения. В другой раз катер за 7 часов прошел 80 км по течению реки и 48 км против течения. Определите собственную скорость катера и скорость течения реки.

4. Катер проплывает 8 км против течения реки и еще 30 км по течению за то же время, за которое плот может проплыть по этой реке 4 км. Скорость катера в стоячей воде равна 18 км/ч. Найдите скорость плота.

***Занятие 13***

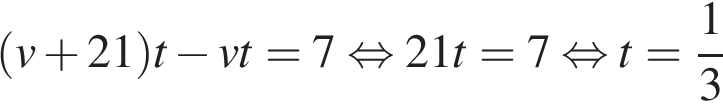
**Задачи на дви­же­ние по окружности**

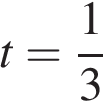
Цели: моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, решение задач из открытого банка ЕГЭ

**1. B 14 № 99596.** Два мо­то­цик­ли­ста стар­ту­ют од­но­вре­мен­но в одном на­прав­ле­нии из двух диа­мет­раль­но про­ти­во­по­лож­ных точек кру­го­вой трас­сы, длина ко­то­рой равна 14 км. Через сколь­ко минут мо­то­цик­ли­сты по­рав­ня­ют­ся в пер­вый раз, если ско­рость од­но­го из них на 21 км/ч боль­ше ско­ро­сти дру­го­го?

**Ре­ше­ние.**

Пусть http://reshuege.ru/formula/9e/9e3669d19b675bd57058fd4664205d2ap.pngкм/ч — ско­рость пер­во­го мо­то­цик­ли­ста, тогда ско­рость вто­ро­го мо­то­цик­ли­ста равна http://reshuege.ru/formula/37/37da15309c39fd7c0733b63d63d1bee9p.pngкм/ч. Пусть пер­вый раз мо­то­цик­ли­сты по­рав­ня­ют­ся черезhttp://reshuege.ru/formula/e3/e358efa489f58062f10dd7316b65649ep.pngчасов. Для того, чтобы мо­то­цик­ли­сты по­рав­ня­лись, более быст­рый дол­жен пре­одо­леть из­на­чаль­но раз­де­ля­ю­щее их рас­сто­я­ние, рав­ное по­ло­ви­не длины трас­сы. По­это­му

.

Таким об­ра­зом, мо­то­цик­ли­сты по­рав­ня­ют­ся через часа или через 20 минут.

Ответ: 20.

**При­ведём дру­гое ре­ше­ние.**

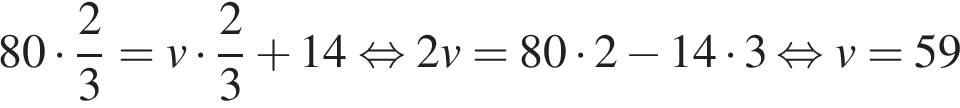
Быст­рый мо­то­цик­лист дви­жет­ся от­но­си­тель­но мед­лен­но­го со ско­ро­стью 21 км в час, и дол­жен пре­одо­леть раз­де­ля­ю­щие их 7 км. Сле­до­ва­тель­но, на это ему по­тре­бу­ет­ся одна треть часа.

Ответ: 20

**2. B 14 № 99598.** Из одной точки кру­го­вой трас­сы, длина ко­то­рой равна 14 км, од­но­вре­мен­но в одном на­прав­ле­нии стар­то­ва­ли два ав­то­мо­би­ля. Ско­рость пер­во­го ав­то­мо­би­ля равна 80 км/ч, и через 40 минут после стар­та он опе­ре­жал вто­рой ав­то­мо­биль на один круг. Най­ди­те ско­рость вто­ро­го ав­то­мо­би­ля. Ответ дайте в км/ч.

**Ре­ше­ние.**

Пусть ско­рость вто­ро­го ав­то­мо­би­ля равна http://reshuege.ru/formula/9e/9e3669d19b675bd57058fd4664205d2ap.pngкм/ч. За 2/3 часа пер­вый ав­то­мо­биль про­шел на 14 км боль­ше, чем вто­рой, от­сю­да имеем

.

Ответ: 59.

Ответ: 59

**3. B 14 № 99599.** Из пунк­та *A* кру­го­вой трас­сы вы­ехал ве­ло­си­пе­дист, а через 30 минут сле­дом за ним от­пра­вил­ся мо­то­цик­лист. Через 10 минут после от­прав­ле­ния он до­гнал ве­ло­си­пе­ди­ста в пер­вый раз, а еще через 30 минут после этого до­гнал его во вто­рой раз. Най­ди­те ско­рость мо­то­цик­ли­ста, если длина трас­сы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

**Ре­ше­ние.**

К мо­мен­ту пер­во­го об­го­на мо­то­цик­лист за 10 минут про­ехал столь­ко же, сколь­ко ве­ло­си­пе­дист за 40 минут, сле­до­ва­тель­но, его ско­рость в 4 раза боль­ше. По­это­му, если ско­рость ве­ло­си­пе­ди­ста при­нять за *x* км/час, то ско­рость мо­то­цик­ли­ста будет равна *4x*, а ско­рость их сбли­же­ния — 3*x* км/час.

C дру­гой сто­ро­ны, вто­рой раз мо­то­цик­лист до­гнал ве­ло­си­пе­ди­ста за 30 минут, за это время он про­ехал на 30 км боль­ше. Сле­до­ва­тель­но, ско­рость их сбли­же­ния со­став­лят 60 км/час.

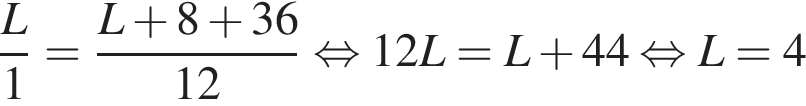
Итак, 3*х* = 60 км/час, от­ку­да ско­рость ве­ло­си­пе­ди­ста равна 20 км/час, а ско­рость мо­то­цик­ли­ста равна 80 км/час.

Ответ: 80

**4. B 14 № 99600.** Часы со стрел­ка­ми по­ка­зы­ва­ют 8 часов 00 минут. Через сколь­ко минут ми­нут­ная стрел­ка в чет­вер­тый раз по­рав­ня­ет­ся с ча­со­вой?

**Ре­ше­ние.**

Ско­рость дви­же­ния ми­нут­ной стрел­ки 12 де­ле­ний/час (под одним де­ле­ни­ем здесь под­ра­зу­ме­ва­ет­ся рас­сто­я­ние между со­сед­ни­ми циф­ра­ми на ци­фер­бла­те часов), а ча­со­вой – 1 де­ле­ние/час. До чет­вер­той встре­чи ми­нут­ной и ча­со­вой стре­лок ми­нут­ная долж­на сна­ча­ла 3 раза «обо­гнать» ча­со­вую, то есть прой­ти 3 круга по 12 де­ле­ний. Пусть после этого до чет­вер­той встре­чи ча­со­вая стрел­ка прой­дет http://reshuege.ru/formula/d2/d20caec3b48a1eef164cb4ca81ba2587p.pngде­ле­ний. Тогда общий путь ми­нут­ной стрел­ки скла­ды­ва­ет­ся из най­ден­ных 36 де­ле­ний, ещё 8 из­на­чаль­но раз­де­ля­ю­щих их де­ле­ний (по­сколь­ку часы по­ка­зы­ва­ют 8 часов) и по­след­них *L* де­ле­ний. При­рав­ня­ем время дви­же­ния для ча­со­вой и ми­нут­ной стре­лок:

.

Ча­со­вая стрел­ка прой­дет 4 де­ле­ния, что со­от­вет­ству­ет 4 часам, то есть 240 ми­ну­там.

Ответ: 240.

**При­ве­дем дру­гое ре­ше­ние.**

Ясно, что в пер­вый раз стрел­ки встре­тят­ся между 8 и 9 ча­са­ми, вто­рой раз — между 9 и 10 ча­са­ми, тре­тий — между 10 и 11, чет­вер­тый — между 11 и 12 ча­са­ми, то есть ровно в 13 часов. Таким об­ра­зом, они встре­тят­ся ровно через 4 часа, что со­став­ля­ет 240 минут.

Ответ: 240

**5. B 14 № 113589.**

Два мо­то­цик­ли­ста стар­ту­ют од­но­вре­мен­но в одном на­прав­ле­нии из двух диа­мет­раль­но про­ти­во­по­лож­ных точек кру­го­вой трас­сы, длина ко­то­рой равна 5 км. Через сколь­ко минут мо­то­цик­ли­сты по­рав­ня­ют­ся в пер­вый раз, если ско­рость од­но­го из них на 5 км/ч боль­ше ско­ро­сти дру­го­го?

**Ре­ше­ние.**

Пусть http://reshuege.ru/formula/9e/9e3669d19b675bd57058fd4664205d2ap.png км/ч — ско­рость пер­во­го мо­то­цик­ли­ста, тогда ско­рость вто­ро­го — http://reshuege.ru/formula/d2/d23afbae8e28729045a2c965c6da5c85p.png км/ч. Пусть черезhttp://reshuege.ru/formula/e3/e358efa489f58062f10dd7316b65649ep.png часов мо­то­цик­ли­сты по­рав­ня­ют­ся в пер­вый раз. Тогда, по­сколь­ку их раз­де­ля­ет 2,5 км (по­ло­ви­на трас­сы) имеем:

http://reshuege.ru/formula/78/781f9a5c0745d3c07f9ba7118eb1d4e2p.png.

Сле­до­ва­тель­но, http://reshuege.ru/formula/34/34136bbf2811ceca20585f8c1d28c029p.pngчаса или 30 минут.

Ответ: 30.

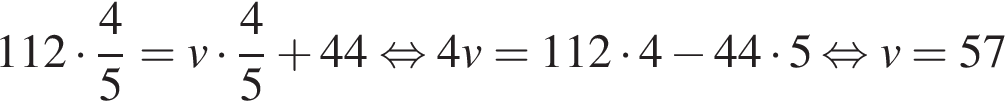
Ответ: 30

**6. B 14 № 114153.**

Из одной точки кру­го­вой трас­сы, длина ко­то­рой равна 44 км, од­но­вре­мен­но в одном на­прав­ле­нии стар­то­ва­ли два ав­то­мо­би­ля. Ско­рость пер­во­го ав­то­мо­би­ля равна 112 км/ч, и через 48 минут после стар­та он опе­ре­жал вто­рой ав­то­мо­биль на один круг. Най­ди­те ско­рость вто­ро­го ав­то­мо­би­ля. Ответ дайте в км/ч.

**Ре­ше­ние.**

Пусть ско­рость вто­ро­го ав­то­мо­би­ля равна http://reshuege.ru/formula/9e/9e3669d19b675bd57058fd4664205d2ap.pngкм/ч. За 4/5 часа пер­вый ав­то­мо­биль про­шел на 44 км боль­ше, чем вто­рой, от­сю­да имеем:

.

Сле­до­ва­тель­но, ско­рость вто­ро­го ав­то­мо­би­ля была равна 57 км/ч.

Ответ: 57.

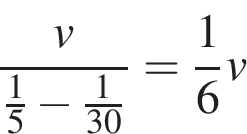
Ответ: 57

**7. B 14 № 114653.**

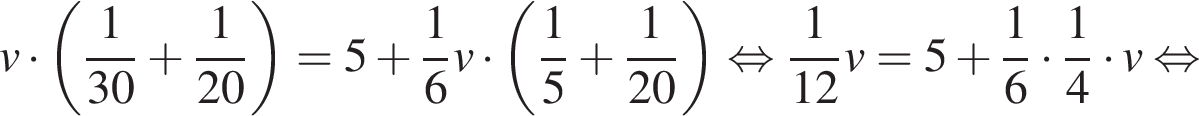
Из пунк­та *A* кру­го­вой трас­сы вы­ехал ве­ло­си­пе­дист, а через 10 минут сле­дом за ним от­пра­вил­ся мо­то­цик­лист. Через 2 ми­ну­ты после от­прав­ле­ния он до­гнал ве­ло­си­пе­ди­ста в пер­вый раз, а еще через 3 ми­ну­ты после этого до­гнал его во вто­рой раз. Най­ди­те ско­рость мо­то­цик­ли­ста, если длина трас­сы равна 5 км. Ответ дайте в км/ч.

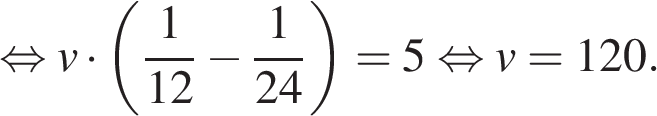
**Ре­ше­ние.**

До пер­вой встре­чи ве­ло­си­пе­дист про­вел на трас­се 1/5 часа, а мо­то­цик­лист 1/30 часа. Пусть ско­рость мо­то­цик­ли­ста равна http://reshuege.ru/formula/9e/9e3669d19b675bd57058fd4664205d2ap.png км/ч, тогда ско­рость ве­ло­си­пе­ди­ста равна

.

Еще через 1/20 часа после пер­вой встре­чи, мо­то­цик­лист до­гнал ве­ло­си­пе­ди­ста во вто­рой раз. Имеем:





Таким об­ра­зом, ско­рость мо­то­цик­ли­ста была равна 120 км/ч.

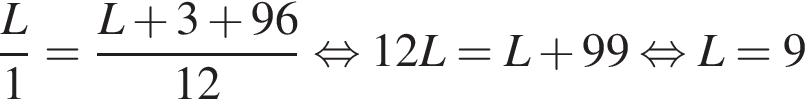
Ответ: 120.

Ответ: 120

**8. B 14 № 114785.** Часы со стрел­ка­ми по­ка­зы­ва­ют 3 часа ровно. Через сколь­ко минут ми­нут­ная стрел­ка в де­вя­тый раз по­рав­ня­ет­ся с ча­со­вой?

**Ре­ше­ние.**

Ско­рость дви­же­ния ми­нут­ной стрел­ки 12 де­ле­ний/час (под одним де­ле­ни­ем здесь под­ра­зу­ме­ва­ет­ся рас­сто­я­ние между со­сед­ни­ми циф­ра­ми на ци­фер­бла­те часов), а ча­со­вой – 1 де­ле­ние/час. До де­вя­той встре­чи ми­нут­ной и ча­со­вой стре­лок ми­нут­ная долж­на сна­ча­ла 8 раз «обо­гнать» ча­со­вую, то есть прой­ти 8 кру­гов по 12 де­ле­ний. Пусть после этого до по­след­ней встре­чи ча­со­вая стрел­ка прой­дет http://reshuege.ru/formula/d2/d20caec3b48a1eef164cb4ca81ba2587p.pngде­ле­ний. Тогда общий путь ми­нут­ной стрел­ки скла­ды­ва­ет­ся из най­ден­ных 96 де­ле­ний, ещё 3 из­на­чаль­но раз­де­ля­ю­щих их де­ле­ний (по­сколь­ку часы по­ка­зы­ва­ют 3 часа) и по­след­них *L* де­ле­ний. При­рав­ня­ем время дви­же­ния для ча­со­вой и ми­нут­ной стре­лок:

.

Ча­со­вая стрел­ка прой­дет 9 де­ле­ний, что со­от­вет­ству­ет 9 часам или 540 ми­ну­там.

Ответ: 540.

Ответ: 540

**9. B 14 № 323856.** Два гон­щи­ка участ­ву­ют в гон­ках. Им пред­сто­ит про­ехать 60 кру­гов по коль­це­вой трас­се про­тяжённо­стью 3 км. Оба гон­щи­ка стар­то­ва­ли од­но­вре­мен­но, а на финиш пер­вый пришёл рань­ше вто­ро­го на 10 минут. Чему рав­ня­лась сред­няя ско­рость вто­ро­го гон­щи­ка, если из­вест­но, что пер­вый гон­щик в пер­вый раз обо­гнал вто­ро­го на круг через 15 минут?

**Ре­ше­ние.**

За 60 кру­гов пер­вый гон­щик вы­иг­рал 10 минут, зна­чит, каж­дый круг он про­ез­жал на 10/60 или на 1/6 ми­ну­ты быст­рее. Сле­до­ва­тель­но, его ско­рость на 1/6 боль­ше ско­ро­сти вто­ро­го гон­щи­ка. По­сколь­ку, стар­то­вав из одной точки и дви­га­ясь со ско­ро­стью сбли­же­ния, рав­ной 1/6 ско­ро­сти вто­ро­го гон­щи­ка, пер­вый обо­гнал вто­ро­го на один круг т. е. 3 км за 15 минут, они сбли­жа­лись со ско­ро­стью 1 км за 5 минут. По­сколь­ку ско­рость вто­ро­го гон­щи­ка в 6 раз боль­ше, она равна 6 км за 5 минут или 72 км/час.

Ответ: 72.

Домашнее задание: подготовиться к защите творческих работ

***Занятие 16-17 (итоговое)***

Цели: выявление знаний учащихся и степени усвоения ими материала курса

ЗАЩИТА ТВОРЧЕСКИХ ПРОЕКТОВ

ПРОВЕРКА РАБОТЫ. АНАЛИЗ ОШИБОК.

ИТОГИ ЗАНЯТИЯ

**Приложения**

Дидактический материал

*Задачи на смеси, сплавы, концентрации.*

Задача 1. Два одинаковых сосуда наполнены спиртом. Из первого со­суда отлили р литров спирта и налили в него столько же воды. Затем из полученной смеси воды со спиртом отлили р литров и налили столько же литров воды. Из второго сосуда отлили 2р литров спирта и налили столько же воды. Затем из полученной смеси отлили 2р литров и налили столько же воды. Определить, какую часть объема сосуда составляют р литров, если крепость окончательной смеси в первом сосуде в 25/16 раза больше крепости окончательной смеси во втором.

Задача 2. Из двух жидкостей, удельный вес которых 2 г/см3и 3 г/см3 соответственно, составлена смесь. При этом 4 см3смеси весят в 10 раз меньше, чем вся первая жидкость, а 50 см3 смеси весят столько же, сколько вся вторая жидкость, входящая в эту смесь. Сколько граммов взято каждой и каков удельный вес смеси?

Задача 3\*. Имеются три смеси, составленные из трех элементов А, В,С. В первую смесь входят только А и В  в весовом отношении 3:5, во вторую — только В и С в весовом отношении 1:2, а в третью — только А и С в отношении 2:3. В каком отношении нужно взять эти смеси, чтобы во вновь полученной смеси элементы А,В,С были в отношении 3:5:2?

Задача 4. Имеются два сплава из цинка,  меди и олова.    Первый содержит 25% цинка,  второй — 50% меди.   Процентное содержание олова в первом сплаве в два раза больше, чем во втором. Сплавив 200 кг первого и 300 кг второго, получили сплав, где 28% олова.   Сколько кг меди в этом новом сплаве?

Задача 5\*. В лаборатории есть раствор соли четырех различных концен­траций. Если смешать первый, второй и третий растворы в весовом отно­шении 3:2:1, то получится 15%-ный раствор. Второй, третий и четвертый растворы в равной пропорции дают при смешении 24%-ный раствор, и, на­конец, раствор, составленный из равных частей первого и третьего, имеет концентрацию 10%. Какая концентрация будет при смешении второго и че­твертого растворов в пропорции 2:1?

Задача 6.Даны два сплава. Первый весит 4 кг и содержит 70% серебра. Второй весит 3 кг и содержит 90% серебра. Сколько кг второго сплава надо сплавить со всем первым сплавом, чтобы получить r%-ный сплав серебра? При какихr задача имеет решение?

 Задача 7. От двух однородных кусков сплава с различным процентным содержа­нием меди, весящих соответственно т и п кг, отрезано по куску равного веса. Каждый из отрезанных кусков был сплавлен с остатком другого куска, после чего процентное содержание меди в получившихся сплавах стало одинаковым. Сколько весил каждый из отрезанных кусков?

Задача 8. В сосуд с чистой водой налили 6 литров 64%-ного (по объему) раствора спирта, а затем после полного перемешивания вылили равное количество (т.е. 6 литров) получившегося раствора. Сколько воды было первоначально в сосуде, если после троекратного повторения эти операции в сосуде получился 37%-ный раствор спирта?

Задача 9. Свежие фрукты содержат 72% воды, а сухие — 20%.   Сколько сухих фруктов получится из 20 кг свежих фруктов?

*Задачи на движение.*

          Задача 1.Если пароход и катер плывут по течению, то расстояние от А до В пароход покрывает в полтора раза быстрее, чем катер; при этом катер каждый час отстает от парохода на 8 км. Если они плывут против течения, то пароход идет от В до А в два раза быстрее (по времени, а не по скорости), чем катер. Найти скорости парохода и катера в стоячей воде.

Задача 2.Два туриста вышли из А в В одновременно, причем первый турист каждый километр пути проходит на 5 мин. быстрее второго. Первый, пройдя 1/5 часть пути, вернулся в А и, пробыв там 10 мин., снова пошел в В. При этом в В оба туриста пришли одновременно. Каково расстояние от А до В, если второй турист прошел его за 2,5 часа.

Задача 3. Пассажир, едущий из А в В, одну половину затраченного на путь времени ехал на автобусе, а вторую – на автомашине. Если бы он не ехал от А до В только на автобусе, то это заняло бы в полтора раза больше времени. Во сколько раз быстрее проходит путь от А до В машина, чем автобус?

Задача 4. Из А в В против течения выехала моторная лодка. В пути сломался мотор и пока его чинили 20 минут, лодку снесло вниз по реке. Насколько позднее прибыла лодка вВ, если обычно из А в В она идет в полтора раза больше, чем из В в А?

Задача 5. Из А в В навстречу друг другу выехали одновременно два автобуса. Первый, имея вдвое большую скорость, проехал весь путь на 1 час быстрее 2-го. На сколько минут раньше произошла бы их встреча, если бы скорость 2-го увеличилась до скорости 1-го?

Задача 6. Два туриста вышли из А в В одновременно навстречу друг другу. Они встретились в 4 км от В. Достигнув А и В, туристы сразу повернули обратно и встретились в 2 км от А. Вторая встреча произошла через час после первой. Найти скорость туристов и расстояние от А до В.

Задача 7. Из А в С в 9 часов утра отправляется скорый поезд. В то же время из В, расположенного между А и С, выходят два пассажирских поезда, первый из которых идет в А, а второй – в С. Скорости пассажирских поездов равны. Скорый встречает первый пассажирский не позже, чем через три часа после отправления, потом приходит в пункт В не ранее 14 часов того же дня и, наконец, прибывает в С одновременно со 2-м пассажирским через 12 часов после встречи с 1-м пассажирским. Найти время прибытия в А первого пассажирского поезда.

Задача 8. Два тела движутся по окружности равномерно и в одну сторону. Первое тело проходит окружность на 2 секунды быстрее второго и догоняет второе тело каждые 12 секунд. За какое время каждое тело проходит окружность?

 Задача 9Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 15 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 60 км/ч, скорость второго 80 км/ч. Сколько минут с момента старта пройдет, прежде чем первый автомобиль будет опережать второй ровно на 1 круг?

Задача10 Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 10 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 90 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Задача 11Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 20 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 12 км/ч больше скорости другого?

Задача 12Часы с о стрелками показывают 9 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в третий раз поравняется с часовой?

Задача 13Лыжные соревнования проходят на круговой лыжне. Первый лыжник проходит один круг на 2 минуты быстрее второго и через час опережает второго ровно на один круг. За сколько минут второй лыжник проходит один круг?

Задача 14Два тела движутся по окружности в одну сторону. Первое проходит круг на 3 минуты быстрее второго  и догоняет второе каждые полтора часа. За сколько минут первое тело проходит один круг?

Задача 15Две точки равномерно вращаются по окружности. Первая совершает оборот на 5 секунд быстрее второй и делает за минуту на 2 оборота больше, чем вторая. Сколько оборотов в минуту совершает вторая точка?

*Задачи  на работу и производительность.*

          Задача 1. В бассейн проведены три трубы. Первая и вторая вместе наполняют его на 5 ч. 20 минут быстрее, чем первая и третья вместе. Если бы вторая наливала, а третья выливала воду из бассейна, то он наполнился бы на 21/16 часа быстрее, чем бассейн вдвое большего объема первой и второй трубами вместе. За сколько времени первая и вторая труба наполнят бассейн, если первая и третья наполняют его более, чем за 8 часов?

Задача 2. Резервуар снабжается водой по пяти трубам. Первая наполняет его за 40 минут, вторая, третья и четвертая вместе – за 10 минут, вторая, третья и пятая – за 20 минут, пятая и четвертая – за 30 минут. За какое время его наполнят все пять труб вместе?

Задача 3. Несколько рабочих выполняют работу за 14 дней. Если бы их было на 4 человека больше и каждый работал в день на 1 час дольше, то та же работа была бы сделана за 10 дней. Если бы их было еще на 6 человек больше и каждый бы работал еще на 1 час больше, то эта работа была бы сделана за 7 дней. Сколько было рабочих и сколько часов в день они работали?

Задача 4. Три бригады, работая вместе, должны выполнить некоторую работу. Первая и вторая бригады вместе могут выполнить ее на 36 минут быстрее, чем одна третья. За то время, за которое могут выполнить эту работу первая и третья бригады, вторая может выполнить половину работы. За то время, что работу выполнят вторая и третья бригады, первая выполнит 2/7 работы. За какое время все три бригады выполнит эту работу?

Задача 5. На фабрике несколько одинаковых поточных линий вместе выпускали в день 15000 банок консервов. После реконструкции все поточные линии заменили на более производительные, а их количество увеличилось на 5. Фабрика стала выпускать 33792 банки в день. Сколько вначале было линий?

Задача 6. Три тракторные бригады вместе вспахивают поле за 4 дня. Это же поле первая и вторая бригады вместе вспахивают за 6 дней, а первая и третья вместе – за 8 дней. Во сколько раз больше площадь, вспахиваемая за день второй бригадой по сравнению с площадью, вспахиваемой за день третьей бригадой?

Задача 7. Две бригады землекопов вырыли по одинаковому котловану. Вторая бригада работала на полчаса больше первой. Если бы в первой бригаде было на 5 человек больше, то она могла бы закончить работу на 2 часа раньше. Определить число землекопов в каждой бригаде, если производительность у всех одинакова.

Задача 8. За время t первый рабочий сделал на 3 детали больше второго. Затем второй рабочий увеличил производительность труда на 0,2 детали в минуту и через некоторое целое число минут догнал и обогнал первого, работавшего с постоянной производительностью на 2 детали больше первого. Найти наибольшее возможное время t.

Задача 9. Двое рабочих вместе выполняют за час ¾ всей работы. Если первый рабочий выполнит ¼ всей работы, а второй, сменив его, выполнит ½ всей работы, то вместе они проработают 2,5 часа. За сколько часов каждый рабочий может выполнить всю работу, если за 1 час работы первого рабочего и за 0,5 часа работы второго рабочего будет выполнено больше половины работы?

*Задачи на сложные проценты.*

Задача 1. Сберкасса выплачивает 3 % годовых. Через сколько лет внесенная сумма удвоится?

Задача 2. Число 51,2 трижды увеличивали на одно и то же число процентов, а затем трижды уменьшали на тоже же самое число процентов. В результате получилось число 21,6. На сколько процентов увеличивали, а затем уменьшали это число?

Задача 3. Акционерное общество «МММ-лимитед» объявило котировку своих акций на ближайшие 3 месяца с приростом в процентах последовательно по месяцам на 243 %, 412 % и 629 % по отношению к каждому предыдущему месяцу. Каков ожидаемый средний ежемесячный рост котировок акций за указанный период?

Задача 4. Цена товара за последние три квартала возрастала соответственно на 25 %, 116 % и 629 % по отношению к каждому предыдущему кварталу. Каков средний ежеквартальный процент роста цены за это время?

Задача 5. Производительность труда на заводе трижды увеличивалась на одно и то же число процентов. В результате число производимых за сутки станков увеличилось с 64 до 125 штук. На сколько процентов каждый раз увеличивалась производительность труда?

Задача 6. Предприятие увеличивало объем выпускаемой продукции ежеквартально на одно и то же число %. На сколько % ежеквартально увеличился объем продукции, если за 2 квартала он увеличился на 156 %?

Задача 7. Себестоимость изделия понизилась за 1 полугодие на 10 %, а за второе – на 20 %. Определить первоначальную себестоимость изделия, если новая себестоимость стала 576 руб.

Задача 8. Вклад, положенный в сбербанк 2 года назад, достиг суммы, равной 1312,5 тыс. руб. Каков был первоначальный вклад при 25 % годовых?

Задача 9. Цена товара была понижена на 20 %. На сколько % ее нужно повысить, чтобы получить исходную цену?

Задача10. Петя вскапывает грядку один на  минут дольше, чем он делает это вместе с Васей. Вася вскапывает ту же грядку на  минут дольше, чем он это сделал бы вместе с Петей. За сколько минут вскапывают ту же грядку Вася и Петя вместе?

Задача 11. Найдите наибольшее натуральное число, из которого вычеркиванием цифр нельзя получить число, делящееся на 11.

***Задачи, часто встречающиеся на ЕГЭ***.

Задача 1. Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Задача 2.Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 98 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 7 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 7 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

Задача 3.Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

Задача 4. В летнем лагере на каждого участника полагается 40 г сахара в день. В лагере 166 человек. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 5 дней?

Задача 5.Моторная лодка прошла против течения реки 143 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Задача 6.Заказ на 156 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что он за час делает на 1 деталь больше?

Задача 7.Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?

Задача 8.В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году  — на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

Задача 9.В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Задача 10.Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?

Задача 11.В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Задача12.Виноград содержит 90% влаги, а изюм  — 5%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 20 килограммов изюма?

Задача13.Первый сплав содержит 10% меди, второй  — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Задача14. Рабочие прокладывают тоннель длиной 500 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 3 метра туннеля. Определите, сколько метров туннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 10 дней.

Задача 15. Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год?

***Задачи для самостоятельных работ***

*-на смеси,  сплавы и концентрации-*

1) Из трех кусков сплавов меди и никеля с соотношением по массе этих металлов 2 : 1, 3 : 1, 5 : 1 получили новый сплав. Его масса оказалась равной 12 кг, а соотношение меди и никеля в нем составило 4:1. Найти массу каждого исходного куска, если первый весил вдвое больше второго.

2)Из трех кусков сплавов серебра и меди с соотношением масс этих металлов 3:2, 2:3, 1:4 получили новый сплав. Его масса оказалась равной 22 кг, а соотношение серебра и меди в нем составило 1:1. Найти массу каждого исходного куска, если второй весил вдвое больше третьего.

3)Из трех кусков сплавов олова и свинца с соотношением масс этих металлов 4 : 1, 1 : 1, 1 : 4 получили новый сплав. Его масса оказалась равной 24 кг, а соотношение олова и свинца в нем составило 2 : 3. Найти массу каждого исходного куска, если первый весил вдвое больше второго.

            4) . Имеются два сплава, в одном из которых содержится 20%, в другом 30% олова. Сколько нужно взять первого и второго сплава, чтобы получить 10 кг нового сплава, содержащего 27% олова?

5) Имеются два сплава, в одном из которых содержится 40%, а во втором 20% серебра. Сколько кг второго сплава нужно добавить к 20 кг первого, чтобы получить сплав, содержащий 32% серебра?

6) . Имеется два куска металла массой 1 кг и 2 кг. Из этих кусков сделали два других: первый массой 0,5 кг, содержащий 40% меди, а второй массой 2,5 кг, содержащий 88% меди. Каково процентное содержание меди в исходных кусках?

7)Имеется два сосуда. В одном содержится три литра 100%-ной серной кислоты, а в другом два литра воды. Из первого сосуда во второй перелили один стакан кислоты, а затем из второго в первый – один стакан смеси. Эту операцию повторили еще два раза.

обрабатываются на двух станках. Производительность первого станка на 40% больше производительности второго. Сколько деталей было обработано за смену каждым станком, если первый работал в эту смену 6 ч, а второй – 7 ч, причем вместе они обработали 616 деталей?

 17Двое рабочих вместе могут выполнить некоторую работу за 10 дней. После семи дней совместной работы один из них был переведен на  другой участок, а второй закончил работу, проработав еще 9 дней. За сколько дней каждый рабочий мог выполнить всю работу?

18Две бригады колхозников должны закончить уборку урожая за 12 дней. После 8 дней совместной работы первая бригада получила другое задание, поэтому вторая закончила оставшуюся часть работы за 7 дней. За сколько дней могла бы убрать урожай каждая бригада, работая отдельно?

***Итоговый тест***

1. Скорость течения реки - 4 км/ч. За какое время на плоту Вы сможете добраться до

турбазы, которая находится вниз по реке на 6 км ?

2. Что такое средняя скорость ?

3. Вкладчик положил в банк вклад под 10% годовых. Как изменится его сумма через 3 года?

4. Лекарственная ромашка теряет при сушке 84% массы. Сколько килограммов ромашки

надо собрать, чтобы получить 8 кг сухого растения ?

5. Сплав олова с медью массой 12 кг содержит 45% меди. Сколько чистого олова надо

добавить, чтобы получить сплав, содержащий 40% меди ?

6. Первое число равно 0,6, а второе 0,2. Сколько процентов первое число составляет от

суммы этих чисел ? Ответ: 75

7. Из 40 т руды выплавляют 20 т металла. Сколько процентов примесей содержит

металл, если в руде 53% примесей ? Ответ: 6

8. Из молока 5% жирности получают творог 15,5% жирности, при этом остается

сыворотка, жирность которой 0,5%. Сколько творога получается из 1 т молока ? Ответ:300

9. После двух последовательных повышений зарплата увеличилась в 1 7

8 раза. На сколько процентов повысилась зарплата в первый раз, если второе повышение по

количеству процентов было вдвое больше, чем первое? Ответ: 25

10.Из цистерны в бассейн сначала перелили 50% имеющейся в цистерне воды, затем 100

л, затем еще 5% от остатка. При этом количество воды в бассейне возросло на 31%.

Сколько воды было в цистерне, если в бассейне первоначально было 2000 литров

воды? Ответ: 1000

11.(А или В) В двух банках в конце года на каждый счет начисляется прибыль: в первом —

60% к текущей сумме на счете, во втором — 40% к текущей сумме на счете. Вкладчик

в начале года часть имеющихся у него денег положил в первый банк, а остальные

деньги — во второй банк, с таким расчетом, чтобы через два года суммарное

количество денег на обоих счетах удвоилось. Какую долю денег вкладчик положил в

первый банк? Ответ: 1/15

12.Сколько граммов чистого спирта надо прибавить к 735 г 16% раствора йода в спирте,

чтобы получить 10% раствор ?

13.Один раствор содержит 20% соляной кислоты, а второй – 70% кислоты. Сколько

литров первого и второго растворов нужно взять, чтобы получить 100 л 50%

раствора ?

14.Двое квалифицированных рабочих вместе могут выполнить задание за 6 дней,

работая с одинаковой производительностью. Ту же работу трое учеников могут

сделать за 8 дней. За сколько дней выполнят это задание один квалифицированный

рабочий и два ученика, работая одновременно? Ответ: 6 дней

15.Один рабочий выполняет работу за 4,5 часа, а двое рабочих вместе выполняют ее за 2

часа. На сколько процентов производительность одного рабочего выше

производительности другого? Ответ: на 25%

16.Пароход грузится подъемными кранами. Начали грузить 4 крана одинаковой

мощности. Когда они проработали 2 часа, к ним присоединились еще 2 крана меньшей

мощности, и после этого погрузка была окончена через 3 часа. Если бы все краны

начали работать одновременно, то погрузка заняла бы 4,5 часа. Определить, за

сколько часов мог бы загрузить пароход один кран большей мощности. Ответ: 24

17.Лошадь съедает копну сена за 2 суток, корова может съесть такую же копну за 3 суток,

а овца — за 6 суток. За какое время съедят эту копну лошадь, корова и овца вместе?

Ответ: 1

18.Две трубы вместе наполняют бассейн за 6 часов. Одна первая труба наполняет

бассейн на 5 часов быстрее, чем вторая. За какое время каждая труба, действуя

отдельно, может наполнить бассейн? Ответ: 10 и 15 часов.

19.Трактористы А и В вспахали поле. В первый день они вспахали 1/3 поля, причем А

работал 2 часа, а В — на 1 час больше. Оставшуюся часть поля они вспахивали на

другой день, при этом А работал 5 часов, а В - 4,5 часов. За сколько часов работы

тракторист В мог бы вспахать поле один? Ответ: 18

**Группа С.**

1. Имеется два слитка золота с серебром. Процентное содержание золота в первом слитке

в два раза больше, чем процентное содержание золота во втором слитке. Если сплавить

оба слитка вместе, то получится слиток, в котором будет 40% золота. Найти, во сколько

раз первый слиток тяжелее второго, если известно, что при сплавке равных по весу

частей первого и второго слитков получается слиток, в котором содержится 35% золота.

Ответ: 2

2. Три бригады работают с одинаковой производительностью, прокладывая рельсовые

пути. Первая и третья бригады, работая совместно, прокладывают 15 км путей в месяц.

Три бригады вместе укладывают в месяц путей в два раза больше, чем вторая и первая

бригада при их совместной работе. Найдите, сколько километров путей укладывает в

месяц третья бригада, если известно, что вторая бригада совместно с третьей уложили

некоторый участок пути в четыре раза быстрее, чем его уложила бы одна вторая

бригада. Ответ: 9

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:**

1. Галицкий, М.Л. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов: уч. пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики / М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич – М.: Просвещение, 1999. – 271 с.

2. Дорофеев, Г.В., Седова, Е.А. Процентные вычисления, 10-11 классы: учебно-методическое пособие. – М. Дрофа, 2003. – 144с.

3. Козина, М.Е. Сборник элективных курсов / М.Е. Козина – Волгоград: Учитель, 2007. – 137с.

4. Крамов, В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа / В.С. Крамор – М. Просвещение, 1990. – 416 с.

5. Кузнецова, Л.В. Сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 кл. / В. Кузнецова, С.Б. Суворова и др. М.: Просвещение, 2006 – 192с.

6. Симонов, А.С. Сложные проценты. / Математика в школе. – 1998. - № 5.

7. Совайленко, В.Е. Сборник развивающих задач. / В.К.Совайленко Ростов –

на – Дону: Легион, 2005. 256с.

8. Шарыгин, И.Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач. / И.Ф. Шарыгин – М. Просвещение, 1989. – 252 с.

9. Шевкин, А.В. Текстовые задачи. – М. Просвещение 1997. – 112с.

10. Открытый банк заданий