Разноуровневые задания

по теме «Системы линейных уравнений с двумя переменными»

*7 класс (можно использовать при подготовке к ГИА в 9 классе)*

|  |  |
| --- | --- |
| Тема | Решение систем линейных уравнений |
| Базовая идея | Возможное наличие и количество решений системы линейных уравнений с двумя переменными зависит от её коэффициентов; идея равносильности систем уравнений заложена в способы их решения. |
| Проблемный вопрос | Как определить, сколько решений имеет система уравнений, не решая её?  Может ли семиклассник помочь первокурснику решить систему уравнений? |

# Шкалированная учебная цель

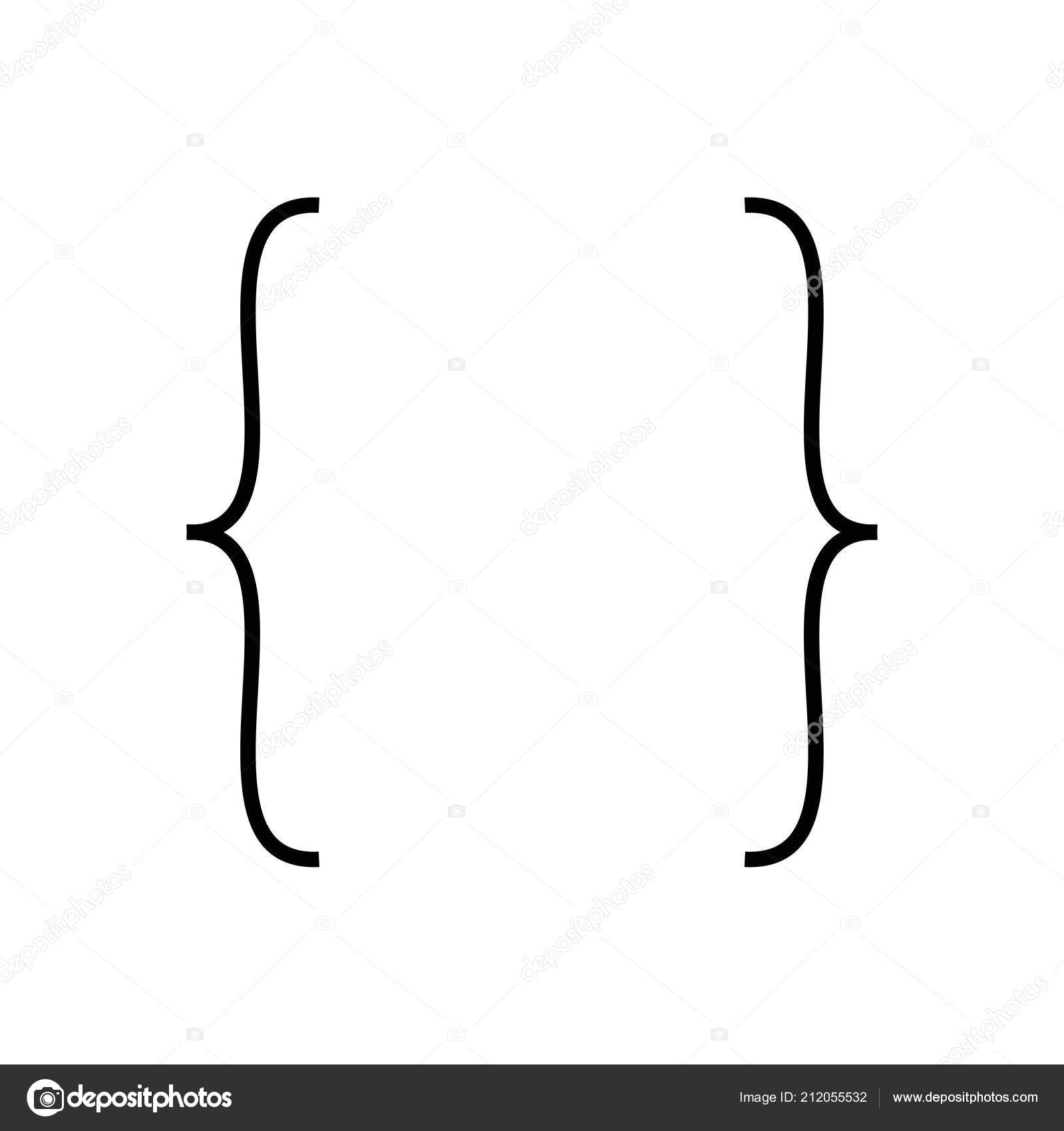
|  |  |
| --- | --- |
| **Уровень** | **Учебная цель** |
| 4.0 | Исследовать новые методы решения систем линейных уравнений с двумя переменными; исследовать системы на наличие и количество корней. |
| 3.0 | - Выбирать один из стандартных способов решения системы двух линейных уравнений и использовать его при выполнении заданий разного уровня сложности.  - Определять, какие алгебраические задания решаются при помощи систем линейных уравнений, и использовать их в качестве инструмента решения.  - Применять методы решения систем линейных уравнений при решении задач |
| 2.0 | - Решать способом подстановки системы линейных уравнений с двумя переменными.  - Решать способом сложения системы линейных уравнений с двумя переменными.  - Решать графически системы линейных уравнений с двумя переменными. |

# Мотивирующее задание *(связано с базовой идеей и проблемным вопросом)*

1). Как из уравнения x + 5y = 7 получить уравнение -3x - 15y = -21?

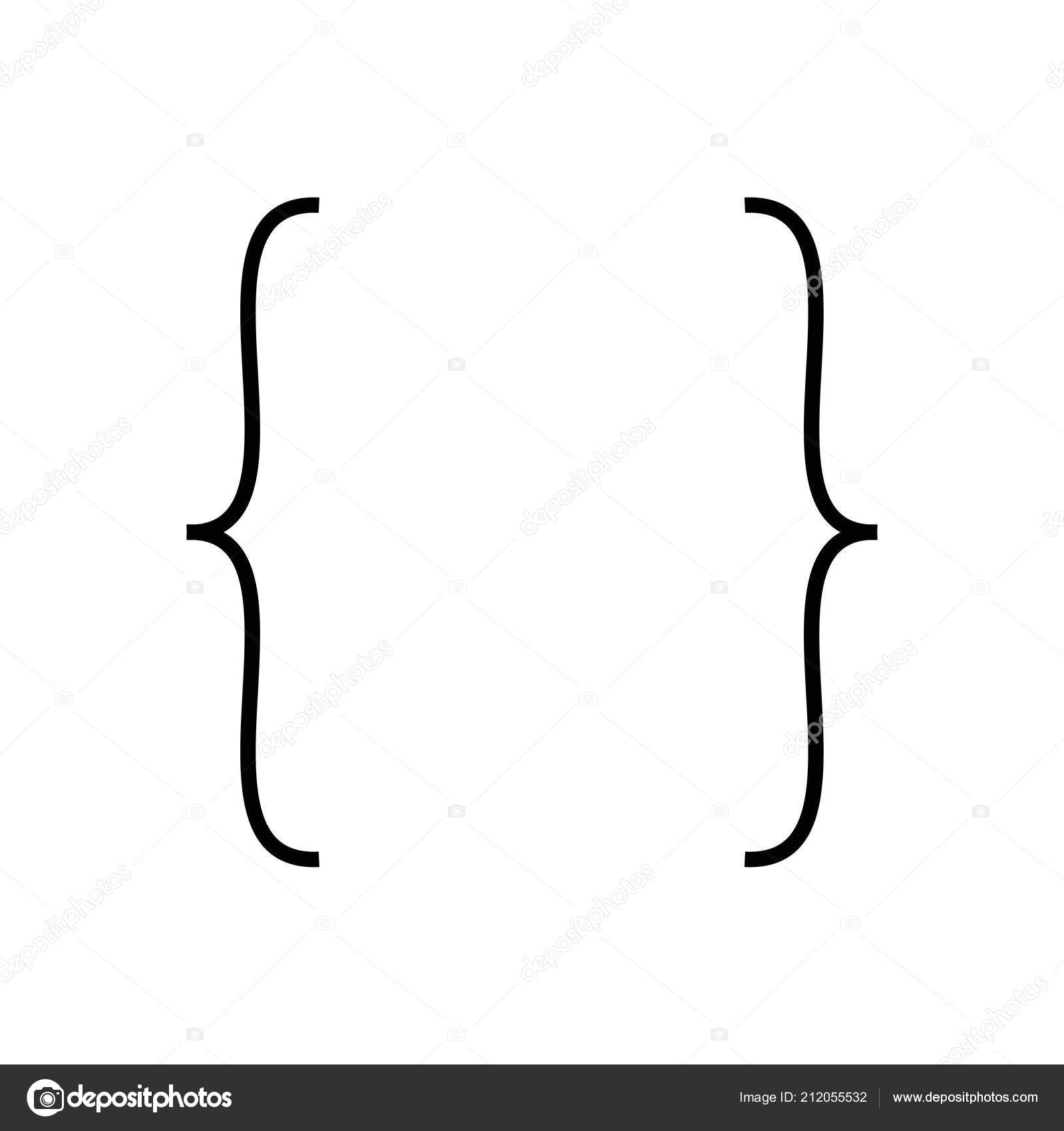
Равносильны ли данные уравнения?

2). Сколько решений имеет система уравнений

x + 5y = 7

-3x - 15y = -21

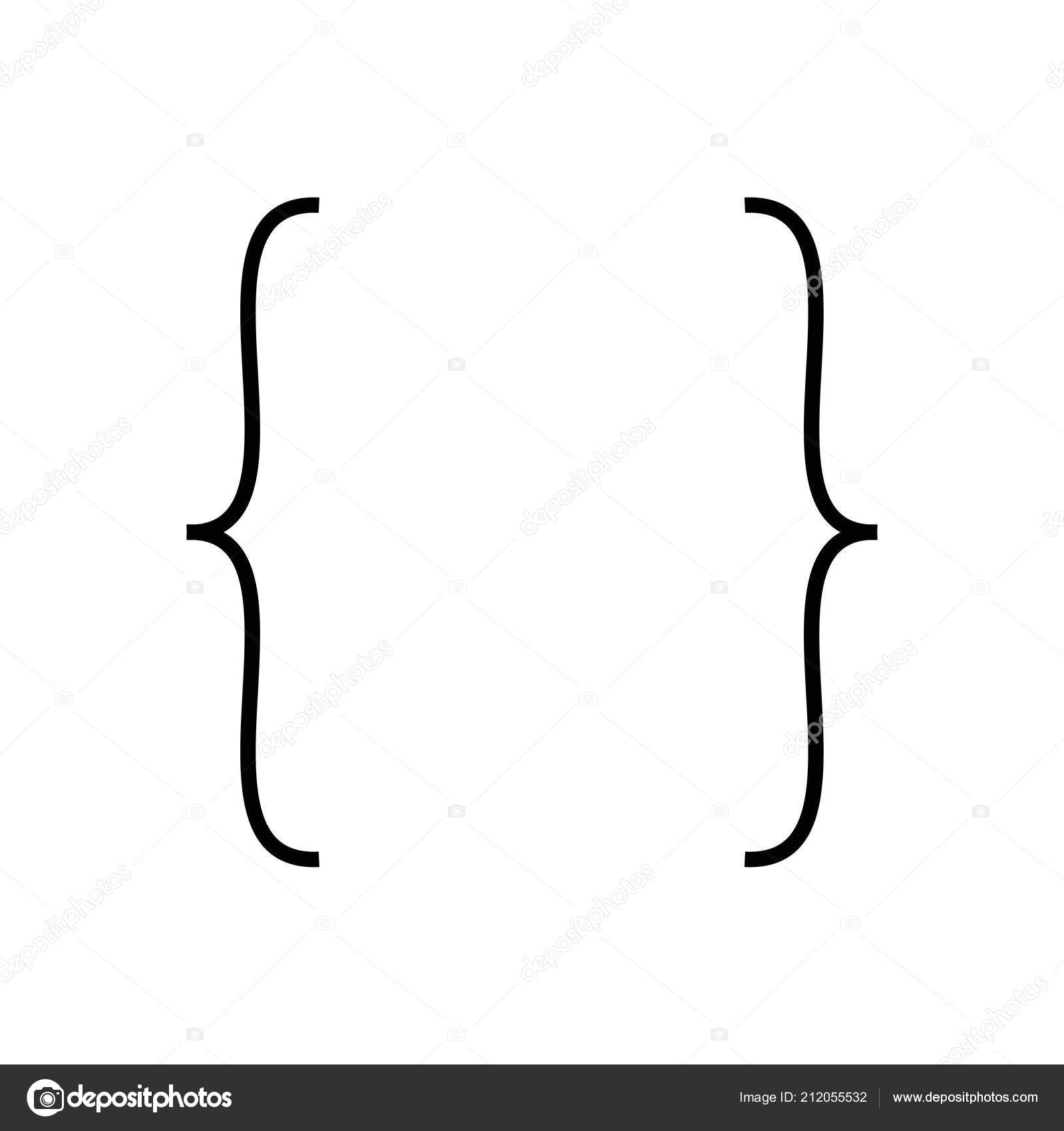
3). При каких значениях параметра  a система

x + 5y = 7

a x - 15y = -21

имеет единственное решение?

4). Придумай второе уравнение в системе

x + 5y = 7

…………..

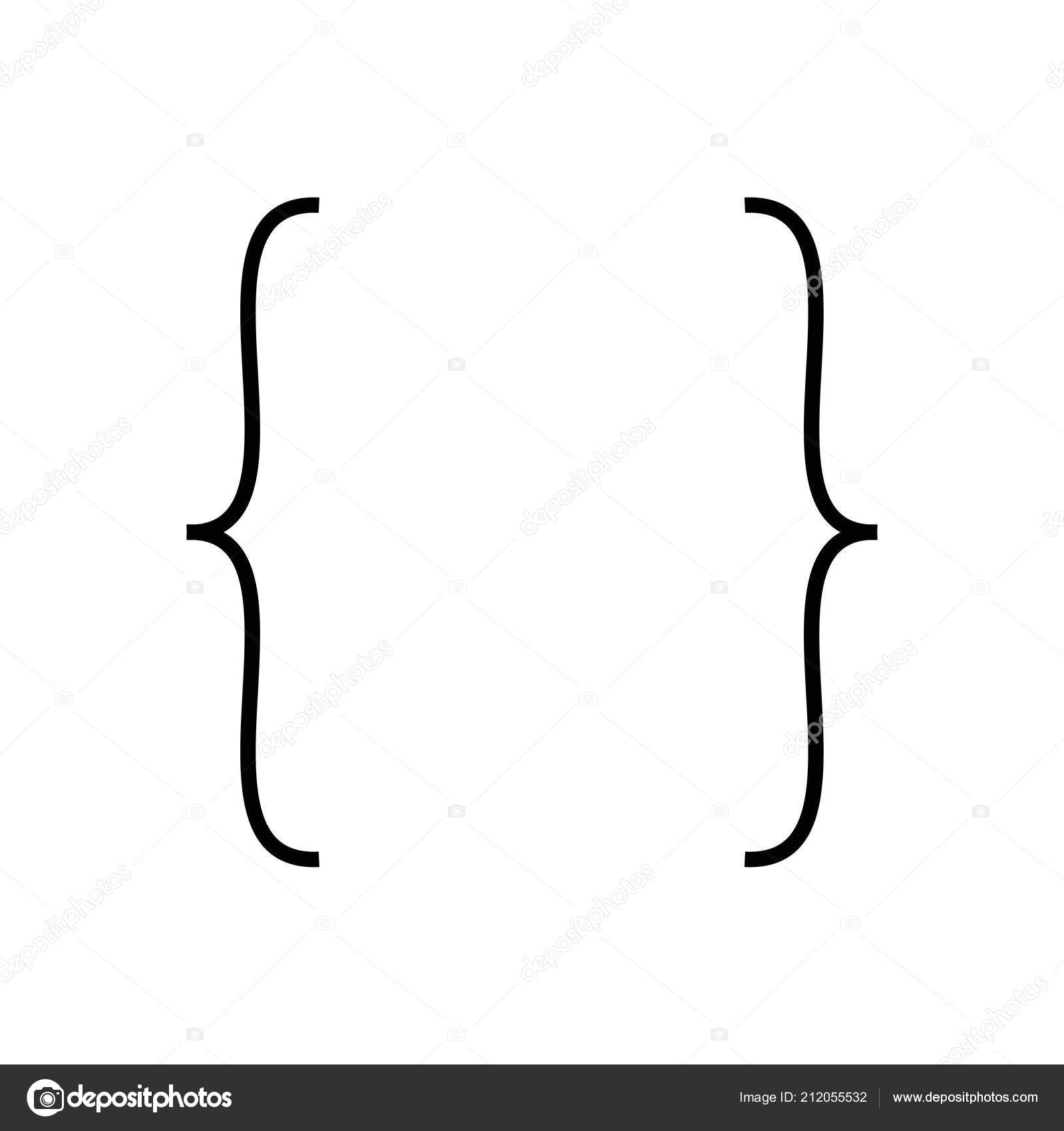
так, чтобы система не имела решений.

5). Дополнительное задание: «Познакомься с методом Крамера при решении системы линейных уравнений с двумя неизвестными. Используй для этого интернет-ресурсы или справочную литературу»

|  |  |
| --- | --- |
| Возможный ответ | 1) При умножении уравнения на число, необходимо на это число умножить каждый член уравнения. Чтобы из первого уравнения получить второе, умножим первое уравнение на «−3». Получим равносильное уравнение.  2) Система данных уравнений имеет бесконечное множество решений. Например, одно из решений (2;1).  Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...Если в системе линейных уравнений y=k1 \* x + b1  y= k2 \* x + b2  k1=k2, b1=b2, то прямые совпадают и система уравнений имеет бесконечное множество решений.  В нашем случае: у = -0,2х + 1,4  3). Если k1 ≠ k2, b1 и b2 любые, то прямые пересекаются и система уравнений имеет единственное решение.  Например, a = 5.  Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...x + 5y = 7  5x - 15y = -21  Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...4). Если k1 = k2, b1 ≠ b2, то прямые параллельны и система не имеет решений. Например,  у = -0,2х + 1,4  у = -0,2х + 1 или  Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...x + 5y = 7  2x + 10y = 10  *5*. Существуют системы линейных уравнений с двумя переменными, которые целесообразно решать именно по правилу Крамера!  Рассмотрим систему уравнений http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image002.gif  На первом шаге вычислим определитель  http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image004.gif, его называют *главным определителем системы*.  Определение. Определитель, составленный из коэффициентов при неизвестных, называется определителем системы и обозначается http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image004.gif(дельта).   * = a1b2 – b1a2   Если http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image006.gif, то система имеет бесконечно много решений или несовместна (не имеет решений). В этом случае правило Крамера не поможет, нужно использовать [метод Гаусса](http://www.mathprofi.ru/metod_gaussa_dlya_chainikov.html).  Если http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image008.gif, то система имеет единственное решение, и для нахождения корней мы должны вычислить еще два определителя: http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image010.gif и http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image012.gif  На практике вышеуказанные определители также могут обозначаться латинской буквой http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image014.gif.  Корни уравнения находим по формулам: http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image016.gif, http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image018.gif |
| Форма работы | Групповая |
| Форма проверки | Представление результата от каждой группы. Обсуждение |
| Трудоемкость, мин. | 35 - 40 |

# Задания уровня 2.0 *(задание связано с учебной целью; для освоения материала рекомендуется активная деятельность)*

1. Решить систему уравнений методом сложения:



5x+6y=0

3x+4y=4

## Предварительно оцени, каким из известных тебе способов решения систем уравнений удобнее решить каждую из предложенных систем. Зафиксируй свой выбор в виде схемы: например, 1 – г, 2 – с, 3 – п. Это означает, что первую систему удобнее решить графически, вторую – методом сложения, третью – методом подстановки.

## При этом необходимо использовать все способы решения.

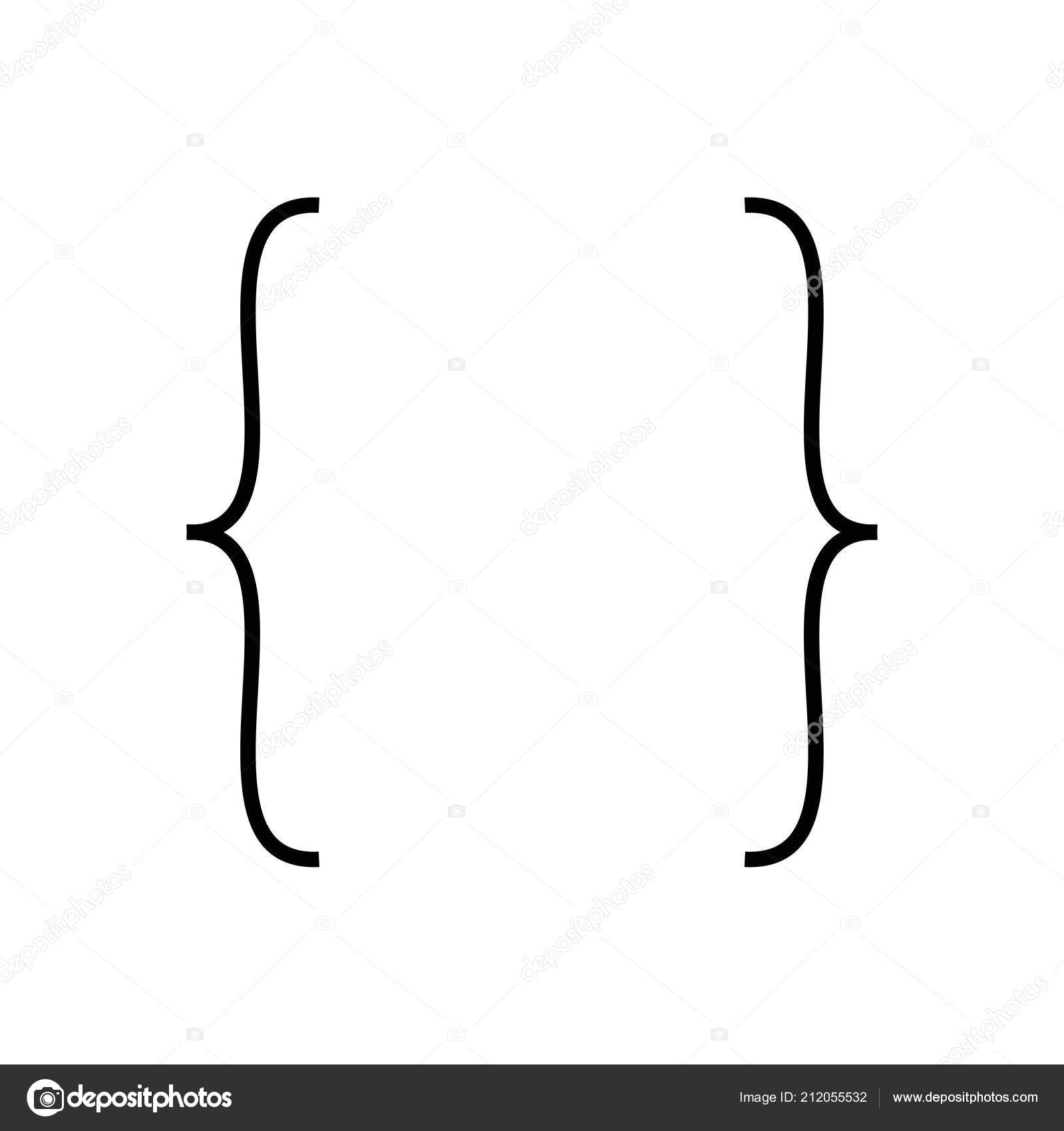
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1)Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...х – у = 1х + 2у = 7 | 2) Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...3x−y=9  2x+y=11 | 3)  Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...x + 5y = 7  3x − 2y = 4 |

1. Найди одноклассников, с которыми у тебя совпали схемы. Решите в группе системы уравнений удобным для вас способом, представьте решение на доске, обоснуйте свой выбор.

## Если твои схемы не совпали со схемами одноклассников, предлагаю поработать индивидуально. Решение сдать учителю.

1. Дополнительное задание:

Решить данную систему двумя способами: методом сложения или подстановки и графически.

2х – у = 8

3х + у = 7

Оцени преимущества и недостатки каждого метода с твоей точки зрения.

|  |  |
| --- | --- |
| Возможный ответ | *Решение*:  В данной системе нет противоположных коэффициентов или равных, поэтому, чтобы избавиться от переменной x, умножим первое уравнение на 3,  а второе — на 5, и вычтем уравнения:  Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...  5x+6y=0 / *·3*  3x+4y=4 / *·5*  Получается следующая система уравнений  Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...15x+18y=0  15x+20y=20  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Теперь вычтем из первого уравнения второе  (15x+18y)−(15x+20y)=0−20  15x+18y−15x−20y =−20  −2y = −20  у = −20:(−2)  y=10   Подставим найденное значение y в любое уравнение системы, например, в первое, и найдём x:  5x+6y=0  5x+6*·*10=0  5x+60=0  5x = −60  X = −60:5  x=−12   Ответ: (−12;10).  2. Первая группа: 1 – с, 2 – г, 3 – п  Вторая группа: 1 – п, 2 – г, 3 – с  Третья группа: 1 – г, 2 – п, 3 – с  Т.д.  3. Ответы:  1 система – (3;2)  2 система – (4;3)  3 система – (2;1)  Дополнительное задание – (3; -2)  Графический метод обычно дает приближенное решение, но в случае попадания пересечения графиков в точку с целыми координатами, можно выполнить проверку и получить точный ответ.  Чаще всего используются два способа: метод подстановки или «железобетонный» метод, метод сложения.  Название «железобетонный» метод получил из-за того, что с помощью этого метода практически всегда можно решить систему уравнений. Если не получается решить систему уравнений, всегда надо пробовать решать её методом подстановки. |
| Форма работы | Групповая и индивидуальная (по желанию учащегося) |
| Форма проверки | Представление результатов на доске с обоснованием выбора и решения (для групп).  Проверка учителем у отдельных учащихся. |
| Учебная цель | Решать системы линейных уравнений с двумя переменными. |
| Трудоемкость, мин. | 40 |

##### 

# Задания уровня 3.0 *(задание связано с учебной целью и содержит дополнения, направленные на развитие цифровых навыков; для освоения материала рекомендуется активная деятельность)*

Реши задачи и выбери правильный ответ.

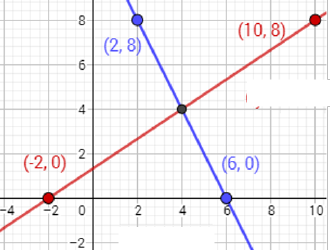
1. Сумма двух чисел составляет 56, а их разность равна 20. Найдите данные числа.

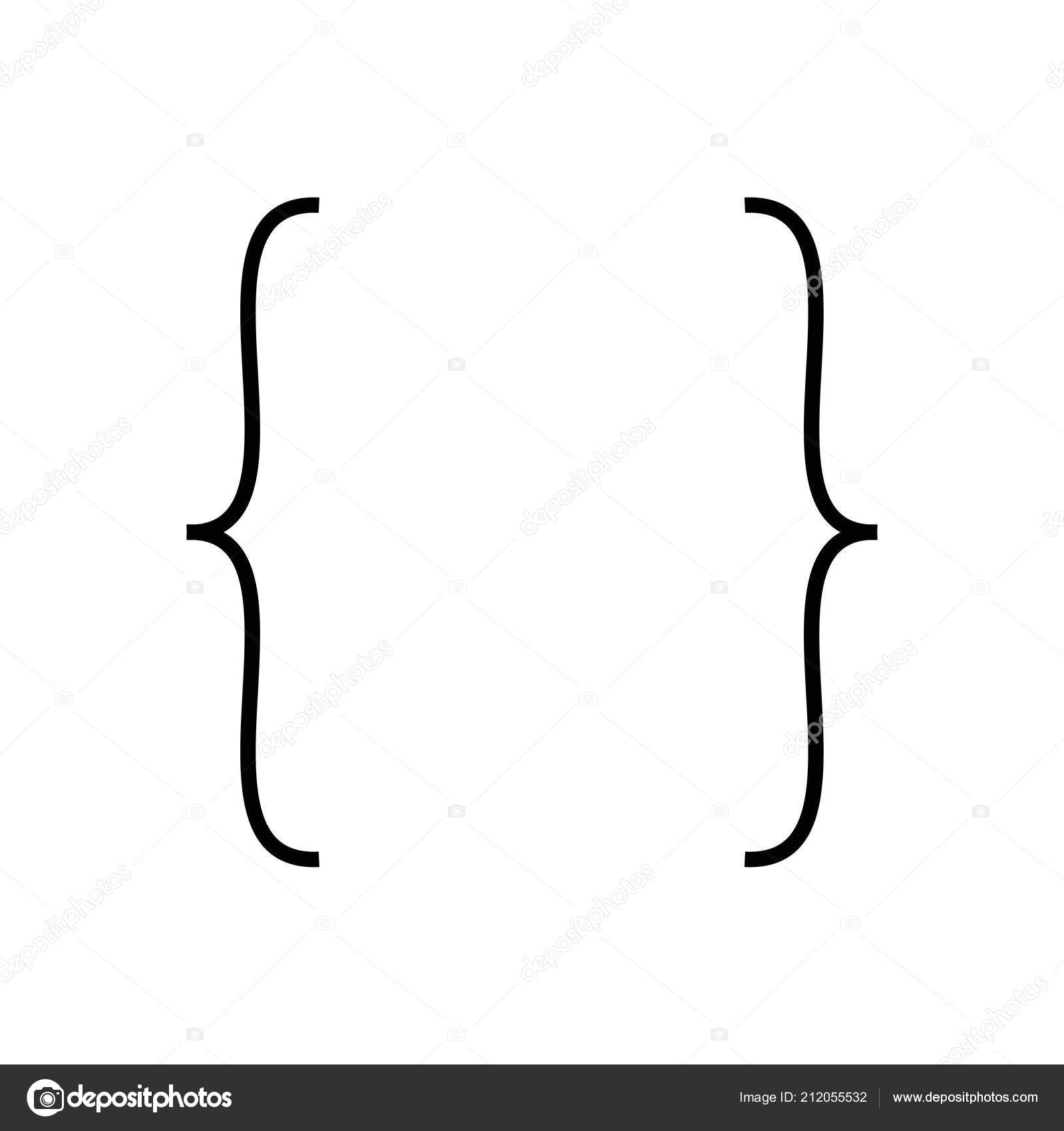
18; 38 38; 18 -18; 38 -38; 18

1. Удвоенная сумма двух чисел равна 32, а их разность равна 0. Найти эти числа.

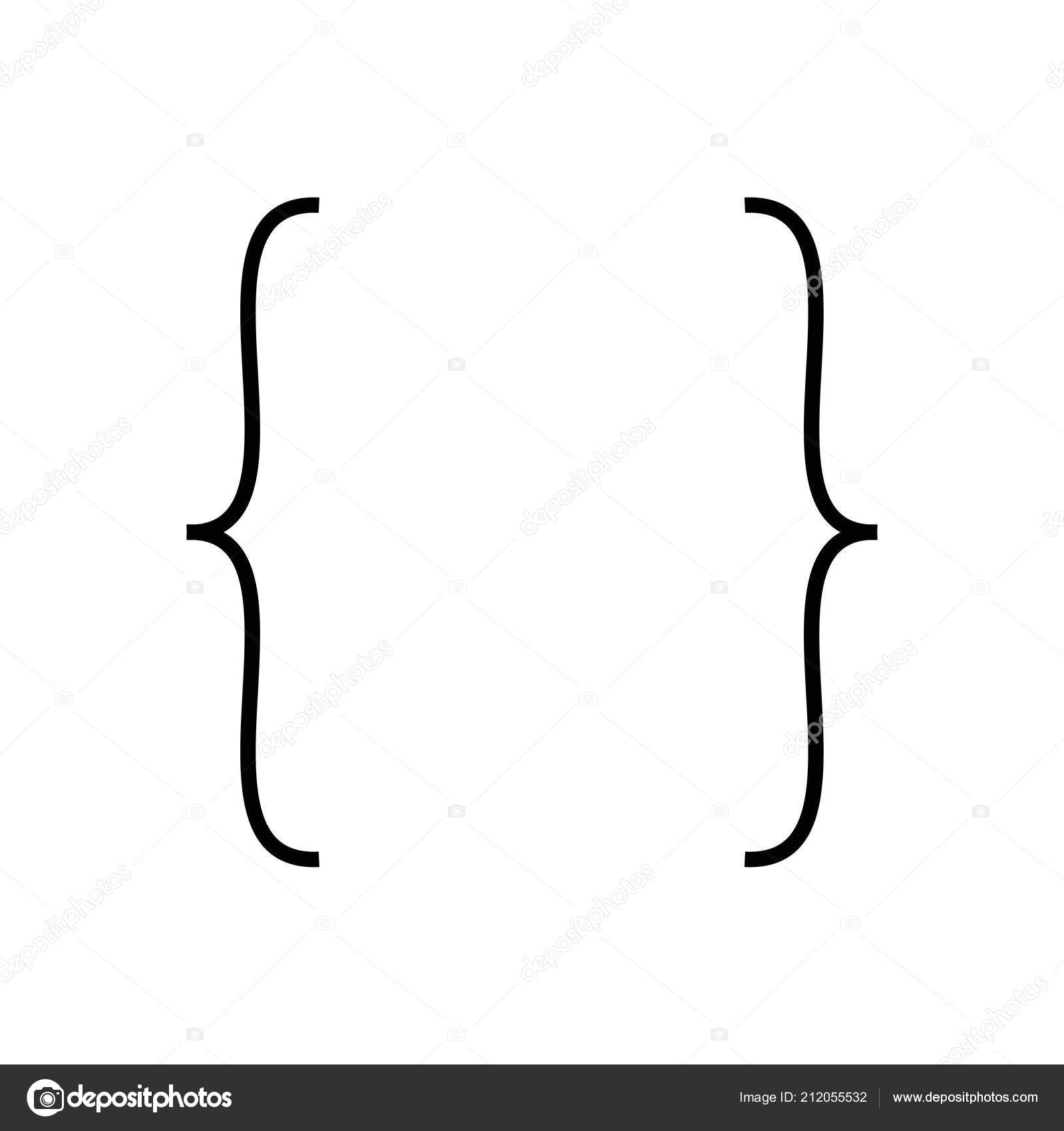
9; 9 -7; 8 -8; 7 8; 8

1. Дополнительное задание: Какая из следующих систем уравнений представлена на рисунке?



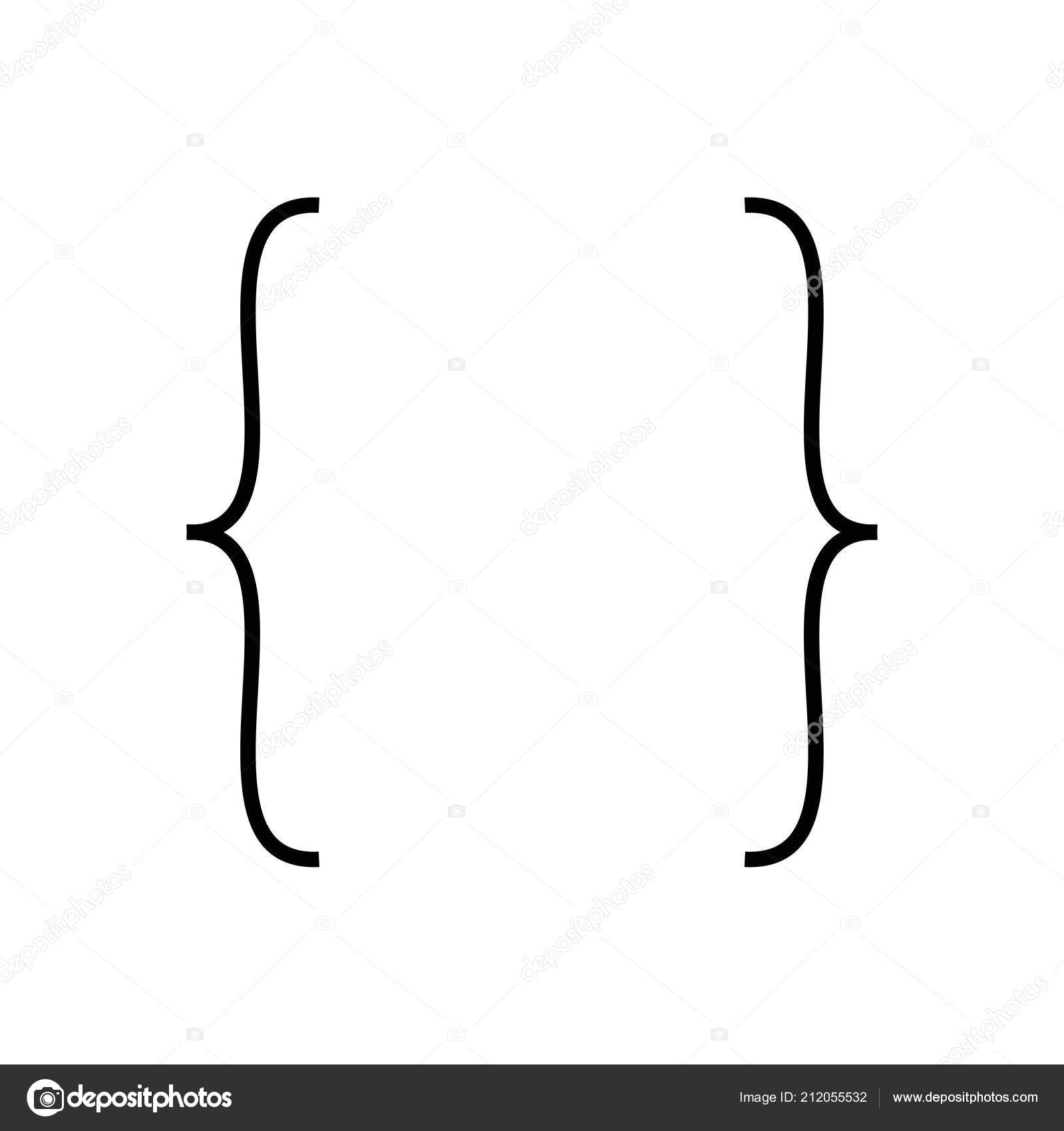
2х – у = -1

3х + у = 6



2х – у = -13

х + у = 6



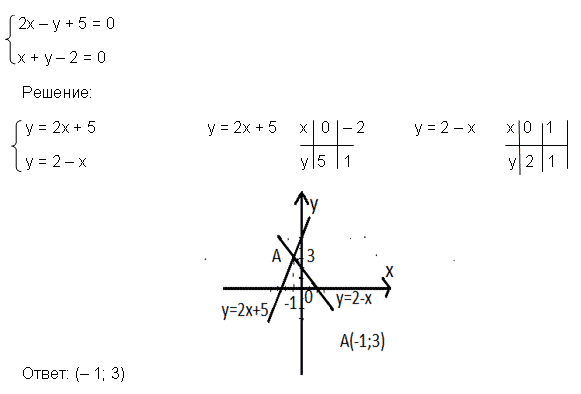
6у – 4х = 8

2х + у = 12

|  |  |
| --- | --- |
| Возможный ответ | 1. Пусть первое число х, второе число у.   Тогда первое уравнение х + у = 56, а второе уравнение х – у = 20.  Т.к. речь в условии задачи идёт об одних и тех же числах, составим систему уравнений  х + у = 56  Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...х – у = 20  *Далее система решается любым способом по выбору группы.*  Ответ: одно число 38, другое 18.   1. Пусть первое число х, второе число у.   Тогда первое уравнение х + у = 56, а второе уравнение х – у = 20.  Т.к. речь в условии задачи идёт об одних и тех же числах, составим систему уравнений  2(х + у) = 32  Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...х – у = 0  *Далее система решается любым способом по выбору группы.*  Ответ: 8; 8.   1. Найдя координаты точки пересечения (4; 4), можно эти значения подставить в каждую систему. Найти верные равенства в обоих уравнениях системы.   Ответ:  Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...6у – 4х = 8  2х + у = 12 |
| Форма работы | Групповая |
| Форма проверки | Результаты работы групп выводятся на экран и оценивается по 5-балльной шкале учителем после анализа результатов учащимися из других групп. |
| Учебная цель | Выбрать один из стандартных способов решения системы двух линейных уравнений и использовать его при выполнении задания.  Определить, какие алгебраические задания решаются при помощи систем линейных уравнений, и использовать их в качестве инструмента решения. |
| Трудоемкость, мин. | 35-40 |

# Задания уровня 4.0 *(задание отражает идею проекта или исследования)*

1. Дана система уравнений:

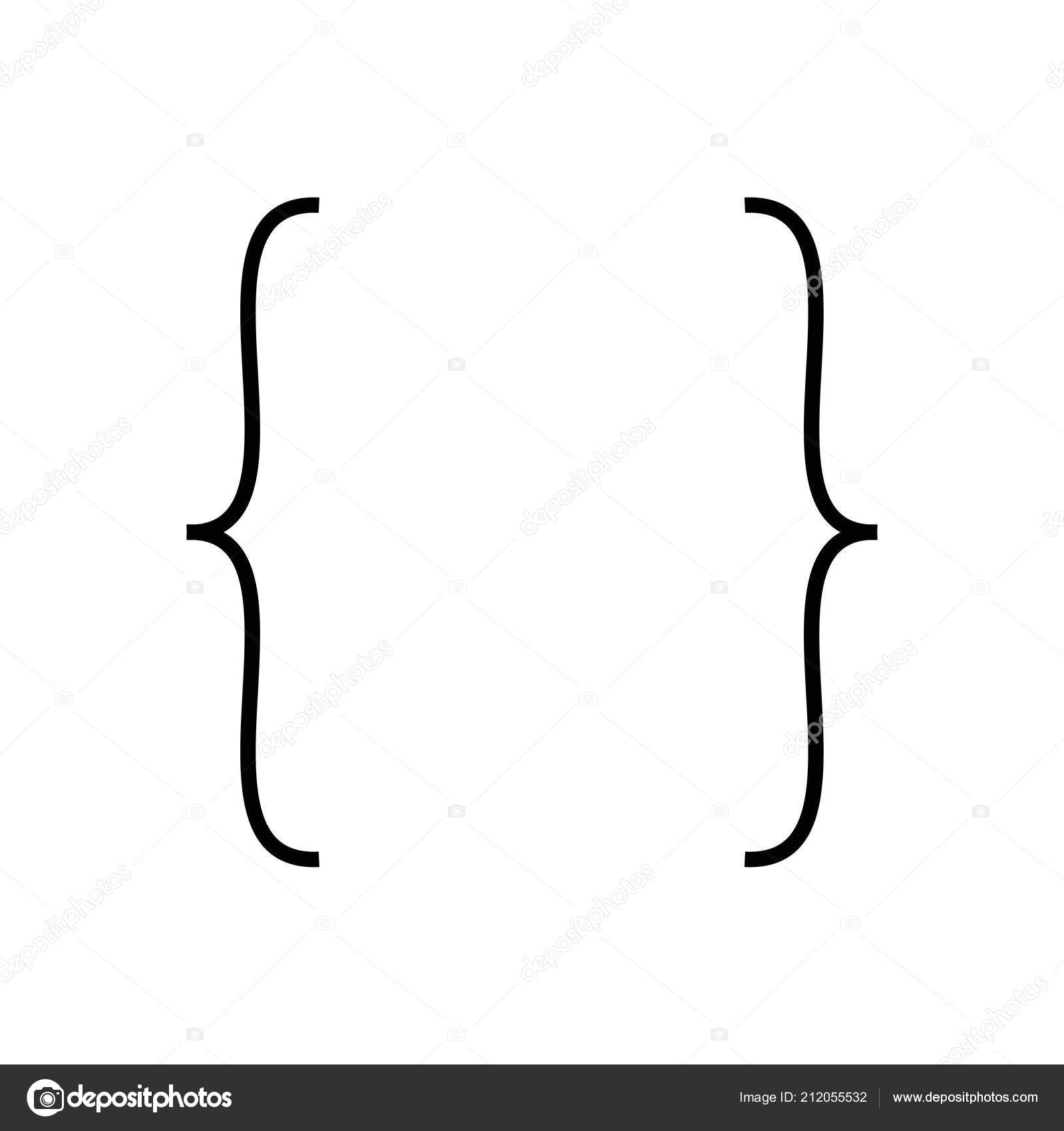


Какая из пар чисел (– 1; 3) или (1; – 3) является решением данной системы уравнений?

Докажи правильность выбранного ответа, решив графически систему.

1. Составь условие задачи, которую можно решить с помощью системы уравнения из первого задания данного уровня.
2. Система имеет бесконечное количество решений. Означает ли это, что любая точка на плоскости является решением?

*Подсказка: возьмите любую точку (а; b) и подставьте эти значения в уравнения системы.*

Докажи свой ответ на системе

3х – у =10

-6х + 2у = -20

1. Решить систему уравнений по формулам Крамера:

http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image020.gif

|  |  |
| --- | --- |
| Возможный ответ | **Алгоритм решения**- надо в каждое уравнение системы подставлять сначала х = -1, у = 3, потом х = 1, у = -3- В той системе, где оба уравнения превращаются в верное равенство, данная пара чисел и является решением системы.- Выразить y через x в каждом уравнении системы.- Построить график каждого уравнения системы.- Найти координаты точек пересечения графиков.- Сделать проверку. - Записать ответ.  https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/604692/img1.gif   1. Разность удвоенного первого числа и второго в сумме с 5 даёт 0, а сумма этих двух чисел равна 2. Найти данные числа. 2. Нет. 3. **Решение**: Мы видим, что коэффициенты уравнения достаточно велики, в правой части присутствуют десятичные дроби с запятой. Как решить такую систему? Можно попытаться выразить одну переменную через другую, но в этом случае наверняка получатся дроби, с которыми крайне неудобно работать. Можно умножить второе уравнение на 6 и провести почленное вычитание, но и здесь возникнут те же самые дроби.   В подобных случаях и приходят на помощь формулы Крамера.  http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image022.gif  значит, система имеет единственное решение.  http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image024.gif; http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image026.gif  http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image028.gif; http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image030.gif  **Ответ**: http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image032.gif, http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image034.gif  Оба корня найдены приближенно.  Совсем не лишней будет проверка, которую удобно провести на калькуляторе: подставляем приближенные значения  a и b в левую часть каждого уравнения системы. В результате с небольшой погрешностью должны получиться числа, которые находятся в правых частях. |
| Форма работы | Совместная и в парах. |
| Форма проверки | Первое и четвёртое задания: самопроверка по готовому решению.  Второе и третье задания обсуждаются в парах. Оценивает учитель. |
| Учебная цель | Исследовать новые методы решения систем линейных уравнений с двумя переменными. |
| Трудоемкость, мин. | 60 |

**Использованные источники:**

1. <http://mgk.olimpiada.ru/media/work/26119/Метод_Крамера..pdf>