Разноуровневые задания

по теме «Системы линейных уравнений с двумя переменными»

*7 класс (можно использовать при подготовке к ГИА в 9 классе)*

|  |  |
| --- | --- |
| Тема | Решение систем линейных уравнений  |
| Базовая идея | Возможное наличие и количество решений системы линейных уравнений с двумя переменными зависит от её коэффициентов; идея равносильности систем уравнений заложена в способы их решения.  |
| Проблемный вопрос | Как определить, сколько решений имеет система уравнений, не решая её? Может ли семиклассник помочь первокурснику решить систему уравнений?  |

# Шкалированная учебная цель

|  |  |
| --- | --- |
| **Уровень** | **Учебная цель** |
| 4.0 | Исследовать новые методы решения систем линейных уравнений с двумя переменными; исследовать системы на наличие и количество корней.  |
| 3.0 | - Выбирать один из стандартных способов решения системы двух линейных уравнений и использовать его при выполнении заданий разного уровня сложности. - Определять, какие алгебраические задания решаются при помощи систем линейных уравнений, и использовать их в качестве инструмента решения. - Применять методы решения систем линейных уравнений при решении задач |
| 2.0 | - Решать способом подстановки системы линейных уравнений с двумя переменными. - Решать способом сложения системы линейных уравнений с двумя переменными. - Решать графически системы линейных уравнений с двумя переменными.  |

# Мотивирующее задание *(связано с базовой идеей и проблемным вопросом)*

1). Как из уравнения x + 5y = 7 получить уравнение -3x - 15y = -21?

Равносильны ли данные уравнения?

2). Сколько решений имеет система уравнений

x + 5y = 7

-3x - 15y = -21

3). При каких значениях параметра  a система

x + 5y = 7

a x - 15y = -21

имеет единственное решение?

4). Придумай второе уравнение в системе

x + 5y = 7

…………..

так, чтобы система не имела решений.

5). Дополнительное задание: «Познакомься с методом Крамера при решении системы линейных уравнений с двумя неизвестными. Используй для этого интернет-ресурсы или справочную литературу»

|  |  |
| --- | --- |
| Возможный ответ | 1) При умножении уравнения на число, необходимо на это число умножить каждый член уравнения. Чтобы из первого уравнения получить второе, умножим первое уравнение на «−3». Получим равносильное уравнение. 2) Система данных уравнений имеет бесконечное множество решений. Например, одно из решений (2;1).Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...Если в системе линейных уравненийy=k1 \* x + b1y= k2 \* x + b2 k1=k2, b1=b2, то прямые совпадают и система уравнений имеет бесконечное множество решений.В нашем случае: у = -0,2х + 1,43). Если k1 ≠ k2, b1 и b2 любые, то прямые пересекаются и система уравнений имеет единственное решение.Например, a = 5.Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...x + 5y = 75x - 15y = -21Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...4). Если k1 = k2, b1 ≠ b2, то прямые параллельны и система не имеет решений.Например, у = -0,2х + 1,4у = -0,2х + 1 илиBracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...x + 5y = 72x + 10y = 10*5*. Существуют системы линейных уравнений с двумя переменными, которые целесообразно решать именно по правилу Крамера!Рассмотрим систему уравнений http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image002.gifНа первом шаге вычислим определитель  http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image004.gif, его называют *главным определителем системы*.Определение. Определитель, составленный из коэффициентов при неизвестных, называется определителем системы и обозначается http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image004.gif(дельта).* = a1b2 – b1a2

Если http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image006.gif, то система имеет бесконечно много решений или несовместна (не имеет решений). В этом случае правило Крамера не поможет, нужно использовать [метод Гаусса](http://www.mathprofi.ru/metod_gaussa_dlya_chainikov.html).Если http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image008.gif, то система имеет единственное решение, и для нахождения корней мы должны вычислить еще два определителя:http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image010.gif и http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image012.gifНа практике вышеуказанные определители также могут обозначаться латинской буквой http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image014.gif.Корни уравнения находим по формулам:http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image016.gif, http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image018.gif |
| Форма работы | Групповая  |
| Форма проверки | Представление результата от каждой группы. Обсуждение |
| Трудоемкость, мин. | 35 - 40 |

# Задания уровня 2.0  *(задание связано с учебной целью; для освоения материала рекомендуется активная деятельность)*

1. Решить систему уравнений методом сложения:



5x+6y=0

3x+4y=4

## Предварительно оцени, каким из известных тебе способов решения систем уравнений удобнее решить каждую из предложенных систем. Зафиксируй свой выбор в виде схемы: например, 1 – г, 2 – с, 3 – п. Это означает, что первую систему удобнее решить графически, вторую – методом сложения, третью – методом подстановки.

## При этом необходимо использовать все способы решения.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1)Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...х – у = 1х + 2у = 7 | 2)Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...3x−y=92x+y=11 | 3)Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...x + 5y = 73x − 2y = 4 |

1. Найди одноклассников, с которыми у тебя совпали схемы. Решите в группе системы уравнений удобным для вас способом, представьте решение на доске, обоснуйте свой выбор.

## Если твои схемы не совпали со схемами одноклассников, предлагаю поработать индивидуально. Решение сдать учителю.

1. Дополнительное задание:

Решить данную систему двумя способами: методом сложения или подстановки и графически.

2х – у = 8

3х + у = 7

Оцени преимущества и недостатки каждого метода с твоей точки зрения.

|  |  |
| --- | --- |
| Возможный ответ | *Решение*:В данной системе нет противоположных коэффициентов или равных, поэтому, чтобы избавиться от переменной x, умножим первое уравнение на 3,а второе — на 5, и вычтем уравнения:Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...5x+6y=0 / *·3* 3x+4y=4 / *·5*Получается следующая система уравненийBracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...15x+18y=015x+20y=20\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Теперь вычтем из первого уравнения второе(15x+18y)−(15x+20y)=0−2015x+18y−15x−20y =−20−2y = −20у = −20:(−2)y=10 Подставим найденное значение y в любое уравнение системы, например, в первое, и найдём x:5x+6y=05x+6*·*10=05x+60=05x = −60X = −60:5x=−12 Ответ: (−12;10).2. Первая группа: 1 – с, 2 – г, 3 – п Вторая группа: 1 – п, 2 – г, 3 – с Третья группа: 1 – г, 2 – п, 3 – с Т.д.3. Ответы:1 система – (3;2)2 система – (4;3)3 система – (2;1)Дополнительное задание – (3; -2)Графический метод обычно дает приближенное решение, но в случае попадания пересечения графиков в точку с целыми координатами, можно выполнить проверку и получить точный ответ.Чаще всего используются два способа: метод подстановки или «железобетонный» метод, метод сложения.Название «железобетонный» метод получил из-за того, что с помощью этого метода практически всегда можно решить систему уравнений. Если не получается решить систему уравнений, всегда надо пробовать решать её методом подстановки. |
| Форма работы | Групповая и индивидуальная (по желанию учащегося) |
| Форма проверки | Представление результатов на доске с обоснованием выбора и решения (для групп).Проверка учителем у отдельных учащихся. |
| Учебная цель | Решать системы линейных уравнений с двумя переменными.  |
| Трудоемкость, мин. | 40 |

#####

# Задания уровня 3.0 *(задание связано с учебной целью и содержит дополнения, направленные на развитие цифровых навыков; для освоения материала рекомендуется активная деятельность)*

Реши задачи и выбери правильный ответ.

1. Сумма двух чисел составляет 56, а их разность равна 20. Найдите данные числа.

18; 38 38; 18 -18; 38 -38; 18

1. Удвоенная сумма двух чисел равна 32, а их разность равна 0. Найти эти числа.

9; 9 -7; 8 -8; 7 8; 8

1. Дополнительное задание: Какая из следующих систем уравнений представлена на рисунке?



2х – у = -1

3х + у = 6



2х – у = -13

х + у = 6



6у – 4х = 8

2х + у = 12

|  |  |
| --- | --- |
| Возможный ответ | 1. Пусть первое число х, второе число у.

Тогда первое уравнение х + у = 56, а второе уравнение х – у = 20. Т.к. речь в условии задачи идёт об одних и тех же числах, составим систему уравненийх + у = 56Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...х – у = 20*Далее система решается любым способом по выбору группы.*Ответ: одно число 38, другое 18.1. Пусть первое число х, второе число у.

Тогда первое уравнение х + у = 56, а второе уравнение х – у = 20. Т.к. речь в условии задачи идёт об одних и тех же числах, составим систему уравнений2(х + у) = 32Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...х – у = 0*Далее система решается любым способом по выбору группы.*Ответ: 8; 8.1. Найдя координаты точки пересечения (4; 4), можно эти значения подставить в каждую систему. Найти верные равенства в обоих уравнениях системы.

Ответ: Bracket Vector Simplistic Sign Art — Stock Vector © MrsWilkins ...6у – 4х = 82х + у = 12 |
| Форма работы | Групповая |
| Форма проверки | Результаты работы групп выводятся на экран и оценивается по 5-балльной шкале учителем после анализа результатов учащимися из других групп. |
| Учебная цель | Выбрать один из стандартных способов решения системы двух линейных уравнений и использовать его при выполнении задания. Определить, какие алгебраические задания решаются при помощи систем линейных уравнений, и использовать их в качестве инструмента решения. |
| Трудоемкость, мин. | 35-40 |

# Задания уровня 4.0 *(задание отражает идею проекта или исследования)*

1. Дана система уравнений:



Какая из пар чисел (– 1; 3) или (1; – 3) является решением данной системы уравнений?

Докажи правильность выбранного ответа, решив графически систему.

1. Составь условие задачи, которую можно решить с помощью системы уравнения из первого задания данного уровня.
2. Система имеет бесконечное количество решений. Означает ли это, что любая точка на плоскости является решением?

*Подсказка: возьмите любую точку (а; b) и подставьте эти значения в уравнения системы.*

Докажи свой ответ на системе

3х – у =10

-6х + 2у = -20

1. Решить систему уравнений по формулам Крамера:



|  |  |
| --- | --- |
| Возможный ответ | **Алгоритм решения**- надо в каждое уравнение системы подставлять сначала х = -1, у = 3, потом х = 1, у = -3- В той системе, где оба уравнения превращаются в верное равенство, данная пара чисел и является решением системы. - Выразить y через x в каждом уравнении системы.- Построить график каждого уравнения системы.- Найти координаты точек пересечения графиков.- Сделать проверку.- Записать ответ.https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/604692/img1.gif1. Разность удвоенного первого числа и второго в сумме с 5 даёт 0, а сумма этих двух чисел равна 2. Найти данные числа.
2. Нет.
3. **Решение**: Мы видим, что коэффициенты уравнения достаточно велики, в правой части присутствуют десятичные дроби с запятой. Как решить такую систему? Можно попытаться выразить одну переменную через другую, но в этом случае наверняка получатся дроби, с которыми крайне неудобно работать. Можно умножить второе уравнение на 6 и провести почленное вычитание, но и здесь возникнут те же самые дроби.

В подобных случаях и приходят на помощь формулы Крамера.http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image022.gifзначит, система имеет единственное решение.http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image024.gif;http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image026.gifhttp://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image028.gif;http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image030.gif**Ответ**: http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image032.gif, http://www.mathprofi.ru/f/pravilo_kramera_matrichnyi_metod_clip_image034.gifОба корня найдены приближенно.Совсем не лишней будет проверка, которую удобно провести на калькуляторе: подставляем приближенные значения  a и b в левую часть каждого уравнения системы. В результате с небольшой погрешностью должны получиться числа, которые находятся в правых частях. |
| Форма работы | Совместная и в парах. |
| Форма проверки | Первое и четвёртое задания: самопроверка по готовому решению.Второе и третье задания обсуждаются в парах. Оценивает учитель. |
| Учебная цель | Исследовать новые методы решения систем линейных уравнений с двумя переменными. |
| Трудоемкость, мин. | 60 |

**Использованные источники:**

1. [http://mgk.olimpiada.ru/media/work/26119/Метод\_Крамера..pdf](http://mgk.olimpiada.ru/media/work/26119/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4_%D0%9A%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B0..pdf)