**ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ**

**Числовая последовательность** — это множество чисел, каждому из которых можно присвоить уникальный номер.

Последовательности можно задавать разными способами:

**Словесно** — когда правило последовательности объясняется словами:

«Последовательность простых чисел: 4, 6, 10, 19, 21, 33...»

**Аналитически** — когда указана формула ее n-го члена: yn = f(n).

Последовательность yn = C называют постоянной или стационарной.

**Рекуррентно** — когда указывается правило, которое помогает вычислить n-й член последовательности, если известны её предыдущие члены.

***Пример:***

Арифметическая прогрессия — (an), задана таким соотношением: a1 = a, an+1= an + d.

Последовательность Фибоначчи — когда каждое следующее число равно сумме двух предыдущих чисел: an+1 = an + an-1.

Пример: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55...

**Графически** — когда график последовательности состоит из точек с абсциссами 1, 2, 3, 4...

Так как алгебраическая числовая последовательность — это частный случай числовой функции, то ряд свойств функций рассматриваются и для последовательностей.

**Свойства числовых последовательностей:**

1. *возрастающей*, если каждый следующий элемент больше предыдущего;(если d больше 0)
2. *убывающей*, если, напротив, каждый последующий элемент меньше предыдущего. (если d меньше 0)

Кроме того, существуют так называемые «стационарные» последовательности — они состоят из одного и того же повторяющегося числа. Например, {3; 3; 3; ...}.(если d = 0)

**Арифметическая прогрессия**

**Арифметическая прогрессия** — это числовая последовательность a1, a2,..., an,... для которой для каждого натурального n выполняется равенство:

an+1= an + d, где d — это разность арифметической прогрессии.

**Число**d**называется разностью арифметической прогрессии. d= a2-a1**

Если известен первый член арифметической прогрессии a1 и разность d, то возможно вычислить любой член арифметической прогрессии:

a2 = a1 + d;

a3 = a2 + d = a1 +2 d;

a4 = a3 + d = a1 +3 d и т. д.

**Общая формула арифметической прогрессии**.

n-ый член арифметической прогрессии можно получить, если к первому члену прогрессии добавить (n−1) разностей, т. е.,

**an = a1 + d(n−1),**

где **n**— порядковый номер члена прогрессии, **a1**— первый член прогрессии, **d** — разность.

Её используют, чтобы вычислить n-ый член арифметической прогрессии (например, десятый, сотый и др.), если известны первый член последовательности и разность.

*Пример:*

*дана арифметическая прогрессия (*an*), где*a1=0*и*d=2*.*

***Найти:***

*a) первые пять членов прогрессии;*

*b) десятый член прогрессии.*

***a. Чтобы найти последующий член прогрессии, нужно к предыдущему прибавить разность:***

a2=a1+d=0+2=2*;*

a3=a2+d=2+2=4*;*

a4=a3+d=4+2=6*;*

a5=a4+d=6+2=8*.*

***b. Используется общая формула***

**an=a1+d(n−1)*.***

*Если*n=10 *и*d=2*.  то вместо*n*в формулу подставляется*10*:*

a10=a1+2⋅(10−1)*;*

a10=0+2⋅9*;*

a10=18*.*

Сумма первых n членов арифметической прогрессии

Сумму первых n членов арифметической прогрессии можно найти, используя формулу:

**Sn = (a1+an)⋅n/2**, где n — число членов последовательности.

*Пример:*

*Дана арифметическая прогрессия (*an*), где*a1=0*и*d=2*.*

*Найти сумму первых пяти членов последовательности.*

Sn=(a1+an)⋅n/2*, где*n=5*и*an=a5=8*(из предыдущего примера);*

S5=(a1+a5)⋅5/2=(0+8)⋅5/2=*20.*



**Практические задания:**

1. Даны члены арифметической прогрессии a13 = 1,76 и a14 = 6,13.

Вычисли разность прогрессии d=?

2. Следующий член арифметической прогрессии 62;54... равен.

3. Вычисли первые четыре члена и 10-й член арифметической прогрессии (an),

если общая формула: an = 2 n − 7.

4. Дана арифметическая прогрессия (an). Известно, что a1=2,6 и d=1,8.

Вычисли сумму первых девятнадцати членов арифметической прогрессии.

Запиши ответ в виде числа, при необходимости округлив его до десятых.

5. Вычисли 2-й член арифметической прогрессии, если известно, что  a1 = −4,6 и d = 3,4.

6. Вычисли сумму первых 6 членов арифметической прогрессии (an), если даны первые члены: −3;−1...

7. Дана арифметическая прогрессия: −4;−1... Вычисли разность прогрессии и третий член прогрессии.

8. Найди следующие два члена арифметической прогрессии и сумму первых четырёх членов, если a1=3 и a2=−5,5.

**Задачи ОГЭ**

**1.** Бригада маляров красит забор длиной 240 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 60 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.

**2.** Рабочие прокладывают тоннель длиной 500 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 3 метра тоннеля. Определите, сколько метров тоннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 10 дней.

**3**. Васе надо решить 434 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вася решил 5 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 14 дней.

**4.** Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 10 километров. Определите, сколько километров прошел турист за третий день, если весь путь он прошел за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.

**5.** Вере надо подписать 640 открыток. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вера подписала 10 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за четвертый день, если вся работа была выполнена за 16 дней.

**6.** Вика решила начать делать зарядку каждое утро. В первый день она сделала 30 приседаний, а в каждый следующий день она делала на одно и то же количество приседаний больше, чем в предыдущий день. За 15 дней она сделала всего 975 приседаний. Сколько приседаний сделала Вика в пятый день?

**7.** Улитка ползет вверх по дереву, начиная от его основания. За первую минуту она проползла 30 см, а за каждую следующую минуту — на 5 см больше, чем за предыдущую. За сколько минут улитка достигнет вершины дерева высотой 5,25 м? В ответе укажите число минут.

**8.** Альпинисты в первый день восхождения поднялись на высоту 1400 м, а затем каждый следующий день поднимались на высоту на 100 м меньше, чем в предыдущий. За сколько дней они покорили высоту 5000 м?

**ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ**

**Геометрическая прогрессия** {bn} – это числовая последовательность, первый член которой отличен от нуля, а каждый член, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и то же число q ≠ 0. Это число называют **знаменателем геометрической прогрессии.**

**Знаменатель геометрической прогрессии** может принимать любые значения, кроме 0 и 1.

* Если q>0, то все последующие члены прогрессии имеют одинаковый знак – они **положительны**;
* Если q<0, то все последующие члены прогрессии **чередуют знаки;**
* При  −1<q<1 – прогрессия называется **бесконечно убывающей.**

**Виды прогрессии:**

* возрастающая: *b1 > 0* и *q1 > 0*;
* убывающая: *0 < q < 1*;
* знакочередующаяся: *q < 0*;
* стационарная: *q = 1*.

## *Общий вид геометрической прогрессии*

*b1, b1q, b2q, …, bn-1q*

q – знаменатель прогрессии; это и есть постоянный множитель.

*b ≠ 0, q ≠ 0*

**Члены прогрессии:**

*\*b1* \* *b2 = b1q* \**b3 = b2q = b1q2* и т.д.

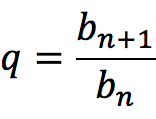
Цифры 1,2,3… – это их порядковые номера, т.е. место, которое они занимают в последовательности.

**Свойства и формулы геометрической прогрессии**

**1. Нахождение n-ого члена (***bn***)**

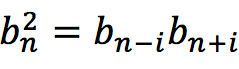
*bn = bn-1q* *bn = b1qn-1*

**2. Знаменатель прогрессии**



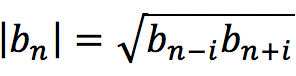
**3. Характеристическое свойство**

Последовательность чисел *b1, b2, b3 …* является геометрической прогрессией, если для любого ее члена справедливо следующее выражение:



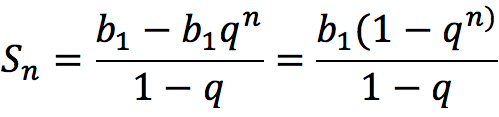
При условии: *1 < i < n*

Также данное свойство можно представить в таком виде:



**4. Сумма первых членов прогрессии**

Найти сумму *n* первых членов геометрической прогрессии можно, используя формулу ниже (если *q ≠ 1*):



Если *q = 1*, то *Sn = nb1*

**Пример: Нахождение n-ого члена (bn)** bn+1=bn⋅q.

*вычислить первые пять членов геометрической прогрессии и написать формулу нахождения*n*-го члена, если*b1=*8 и*q=0,5*.*

b1=*8;*

b2=b1⋅q = 8⋅0,5 = 4;

b3=b2⋅q = 4⋅0,5 = 2;

b4=b3⋅q = 2⋅0,5 = 1;

b5=b4⋅q = 1⋅0,5 = 0,5;

bn = b1⋅qn−1;

bn = 8⋅0,5n−1.

**Пример:** Сумма первых n членов геометрической прогрессии

1-я формула: Sn =bnq−b1/q−1,  2-я формула: Sn =b1(qn−1)/q−1.

*Пример:*

*найти сумму первых пяти членов геометрической прогрессии, если*b1=8*и*q=0,5*.*

***I вариант***

*Рассмотрев первый пример, видим:*

b1=8*,*b2=*4,*b3=*2,*b4=*1 и*b5=*0,5.*

*Сложив пять этих чисел, получим сумму (первых пяти членов последовательности):*

Sn=S5=b1+b2+b3+b4+b5=8+4+2+1+0,5=*15,5.*

***II вариант***

*Используется*1*-я формула:*

Sn=bnq−b1/q−1*, где*

n=5*;*

b1=8*;*

q=0,5*;*

bn=b5=0,5*(т. к.*n=5*).*

S5=(0,5⋅0,5−8)/(0,5−1)=*15,5.*

***III вариант***

*Используется*2*-я формула:*

Sn=b1(qn−1)/q−1*.*

S5=8⋅(0,55−1)/0,5−1=*15,5.*

**Практические задания:**

1. Следующий член геометрической прогрессии −6;24... равен..

2. Дана геометрическая прогрессия: −8;16... Вычисли третий член прогрессии: b3=?

3. Вычисли следующие 3 члена геометрической прогрессии, если b1 = 1 и знаменатель равен 10.

4. Найди следующие два члена геометрической прогрессии, если b1 = 8 и b2= 40.

5. В геометрической прогрессии 1; 0,5.. 3-й член равен  *(Округли ответ до тысячных.)*

*6.* Дана геометрическая прогрессия: 6;12...Вычисли знаменатель и третий член прогрессии:

7. Дана геометрическая прогрессия: 6;−18... Вычисли третий член последовательности: b3=Вычисли сумму первых пяти членов: S5=

8. Вычисли первые пять членов геометрической прогрессии, если b1=56 и q=−1,5.

56;;;; Вычисли сумму первых пяти членов: S5=

**Задачи ОГЭ.**

**1.** Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год?

**2.** Клиент взял в банке кредит в размере 50 000 р. на 5 лет под 20% годовых. Какую сумму он должен вернуть в банк в конце срока, если проценты начисляются ежегодно на текущую сумму долга и весь кредит с процентами возвращается в банк после срока?

3. Бактерия, попав в живой организм, к концу 20-й минуты делится на две бактерии, каждая из них к концу следующих 20 минут делится опять на две и т. д. Сколько бактерий окажется в организме через 4 часа, если по истечении четвертого часа в организм из окружающей среды попала еще одна бактерия?

4. Однажды богач заключил выгодную, как ему казалось, сделку с человеком, который в течение 15 дней ежедневно должен был приносить по 1000 р., а взамен в первый день богач должен был отдать 10 р., во второй — 20 р., в третий — 40 р., в четвертый — 80 р. и т. д. в течение 15 дней. Сколько денег получил богач и сколько он отдал? Кто выиграл от этой сделки? В ответ запишите, сколько рублей потерял богач за 15 дней.

5. Алик, Миша и Вася покупали блокноты и трехкопеечные карандаши. Алик купил 2 блокнота и 4 карандаша, Миша — блокнот и 6 карандашей, Вася — блокнот и 3 карандаша. Оказалось, что суммы, которые уплатили Алик, Миша и Вася, образуют геометрическую прогрессию. Сколько стоит блокнот?

6. Каждый день больной заражает четырёх человек, каждый из которых, начиная со следующего дня, каждый день также заражает новых четырех и так далее. Болезнь длится 14 дней. В первый день месяца в город N приехал заболевший гражданин К, и в это же день он заразил четырех человек. В какой день станет 3125 заболевших? (В ответе укажите только число.)

7. Служившему воину дано вознаграждение: за первую рану 1 копейка, за другую — 2 копейки, за третью — 4 копейки и т. д. По исчислению нашлось, что воин получил всего вознаграждения 655 руб. 35 коп. Спрашивается число его ран.

8. Давление воздуха под колоколом равно 625 мм ртутного столба. Каждую минуту насос откачивает из-под колокола 20% находящегося там воздуха. Определите давление (в мм рт. ст.) через 5 минут после начала работы насоса.

9. Два приятеля положили в банк по 10000 рублей каждый, причем первый положил деньги на вклад с ежеквартальным начислением 10%, а второй — с ежегодным начислением 45%. Через год приятели получили деньги вместе с причитающимися им процентами. Кто получил большую прибыль? В ответе напишите «первый» или «второй».

10. В первый день больной заражает четырёх человек, каждый из которых на следующий день заражает новых четырех и так далее. На второй день больной изолируется и больше уже никого не заражает. Болезнь длится 14 дней. В первый день месяца в город N приехал заболевший гражданин К, и в этот же день он заразил четырех человек. В какой день станет 1365 заболевших? (В ответе укажите только число.)