

МАОУ - лицей №13

Новосибирской области Новосибирского района

XIV научно-практическая конференция школьников

Новосибирского района Новосибирской области

«Надежды района - 2016»

**«Я - исследователь»**

Секция математики (точные науки)

**«Моделирование геометрических фигур и операций»**

**Автор:** Санников Григорий

ученик 7А класса

**Руководитель:** Абакумова

Надежда Викторовна

учитель математики

Краснообск 2016

## Оглавление

1. Введение .....	3
2. Цели .....	3
3. Задачи.....	3
4. Простейшие построения циркулем и линейкой.....	4
5. Задача 1 .....	4
6. Задача 2.....	8
7. Вывод.....	11
8. Используемые ресурсы.....	12
9. Приложение.....	13
а) Задачи для самостоятельного решения.....	13
б) Оригиналы построения .....	17

## **Введение**

Изначально передо мной была поставлена задача: "Разделить угол  $33^\circ$  на 11 равных частей при помощи циркуля и линейки". Мы как раз уже изучили тему «Задачи на построение» на уроках геометрии. Задачи учебника были мною решены без проблем. Сложных задач там, как мне кажется, не было, а эта задача вызвала интерес и заставила меня серьёзно задуматься. В процессе решения этой задачи у меня возник вопрос - как построить угол  $33^\circ$  и можно ли, вообще, это сделать с помощью циркуля и линейки. В итоге я нашел несколько способов решения изначальной задачи и одно решение второй задачи. В результате чего мною были сформулированы следующие цели и задачи.

## **Цели**

1. При наличии линейки без делений и циркуля смоделировать основные геометрические операции.
2. Построить угол в  $33^\circ$
3. Построить угол в  $3^\circ$ , если есть угол  $33^\circ$

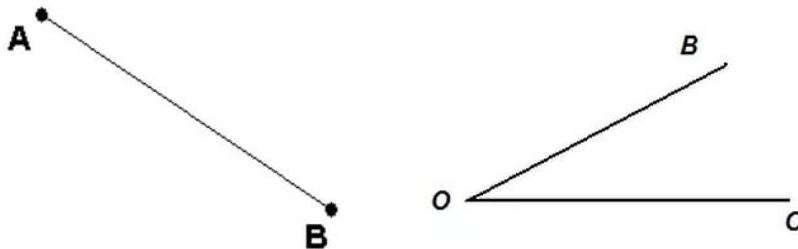
## **Задачи**

1. Научится использовать основные геометрические операции (деление угла на 2 равные части, построение угла равного данному, построение отрезка равного данному и деление отрезка на 2 равные части)
2. Постараться найти несколько способов решения задачи
3. Построить угол  $6^\circ$  или  $1,5^\circ$  (когда есть угол  $33^\circ$ )
4. Построить угол  $3^\circ$  (когда нет угла  $33^\circ$ )

## Простейшие построения циркулем и линейкой

Этими построениями должен владеть ученик седьмого класса, изучивший данную тему на уроках геометрии. Вот эти операции, выполнимые циркулем и линейкой по изученному алгоритму:

1. Построение отрезка равного данному. Например, АВ.
2. Построение угла равного данному. Например,  $\angle BOC$ .
3. Построение середины отрезка.
4. Построение биссектрисы угла.



### Задача 1

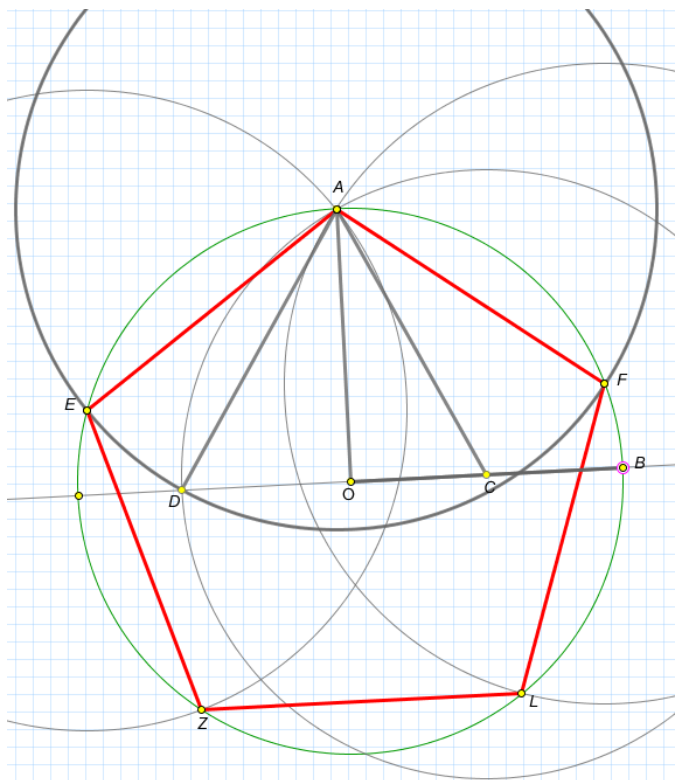
**Построить угол в  $33^\circ$ .**

- I. Для этого сначала построим правильный пятиугольник. Каждый угол правильного пятиугольника равен  $108^\circ$ . Мне он нужен для дальнейшего его деления на равные части.

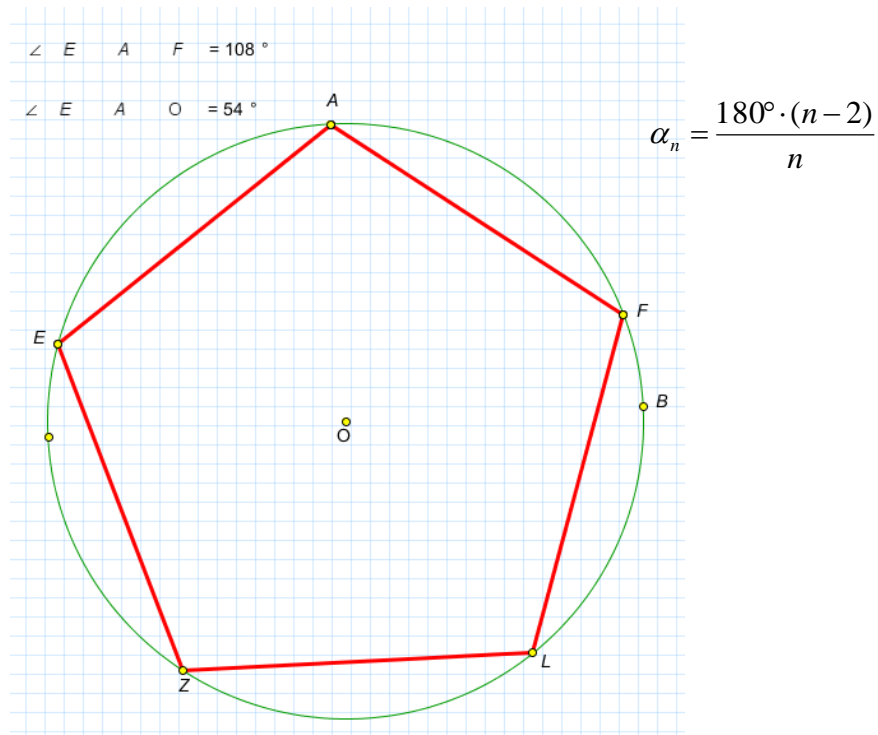
**Построение правильного пятиугольника:**

- 1) Проведем окружность  $\omega_1(O; R_1=AO)$
- 2) Проведем прямую АО
- 3) Проведем прямую  $OB \perp AO$
- 4) Поставим точку С на  $OB$ , так чтобы  $OC = CB$

- 5) Проведем окружность  $\omega_2(C; R_2=AC)$
- 6) D – это пересечение  $\omega_2$  и BO
- 7) Проведем окружность  $\omega_3(A; R_3=AD)$
- 8) E и F – это пересечение окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_3$
- 9) Поставим Z , так чтобы ZE=EA, Z принадлежит  $\omega_1$
- 10) Поставим L , так чтобы LF=FA, L принадлежит  $\omega_1$
- 11) AFLZE – это правильный пятиугольник



$$\alpha_n = \frac{180^\circ \cdot (n-2)}{n}$$

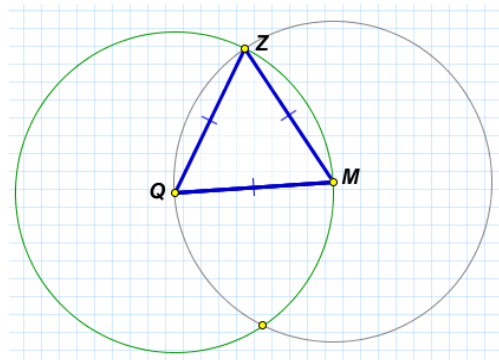


II.  $\angle AFL = 108^\circ$

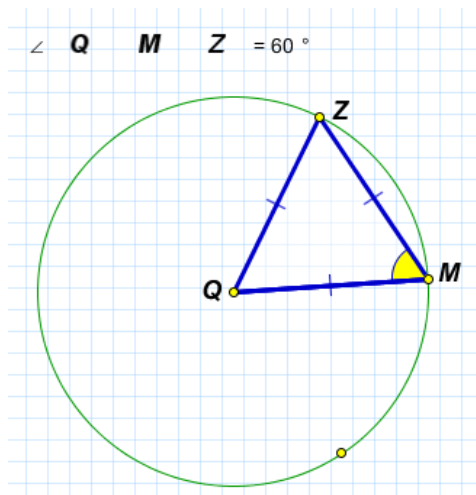
III.  $\angle EAO = 54^\circ$

IV. **Построим равносторонний треугольник QZM.** Он нам нужен, потому что каждый его угол равен  $60^\circ$ . Построение:

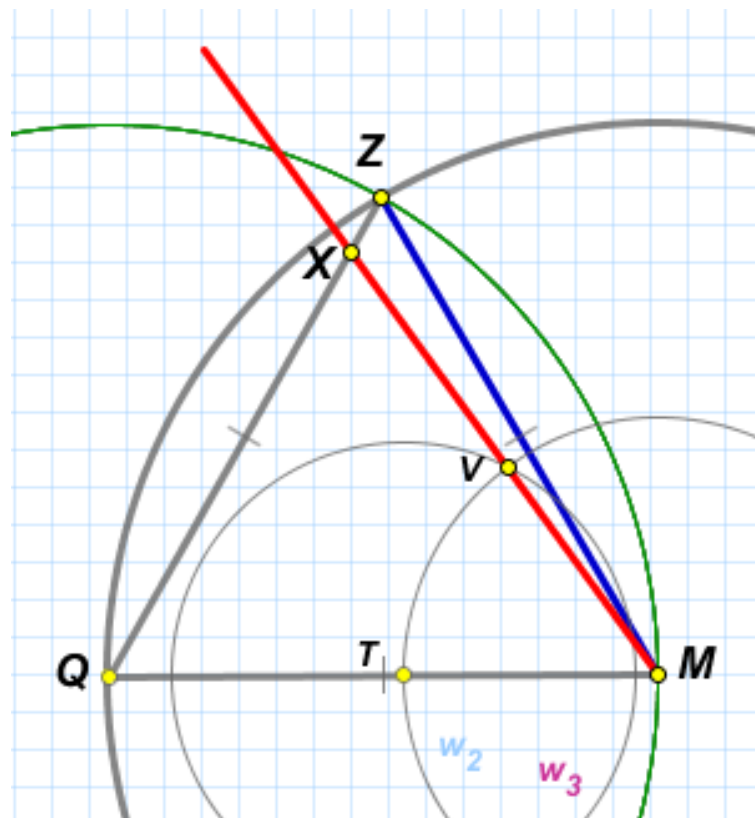
- 1) Построим QM
- 2) Проведем  $\omega_1$  (M; R=QM) и  $\omega_2$ (Q; R=QM)
- 3) Z - это пересечение  $\omega_1$  и  $\omega_2$



4)  $\angle QMZ = 60^\circ$



- V. Построим  $\angle QMX$  в  $\angle QMZ=60^\circ$ ,  $\angle QMX=\angle EAO=54^\circ$   
 ( $\angle EAO=54^\circ$  половина угла правильного пятиугольника,  
 разность между этими углами  $6^\circ$ )

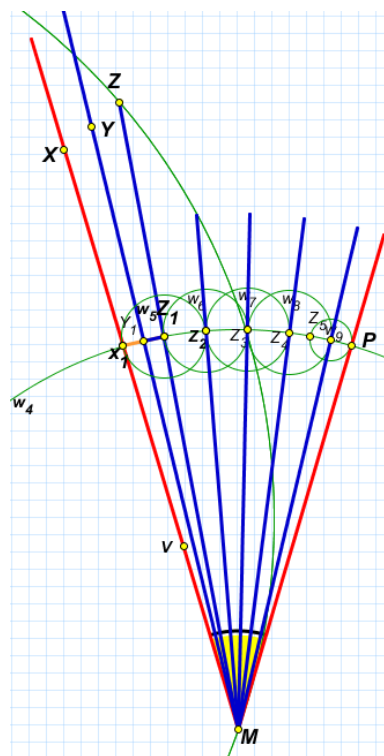
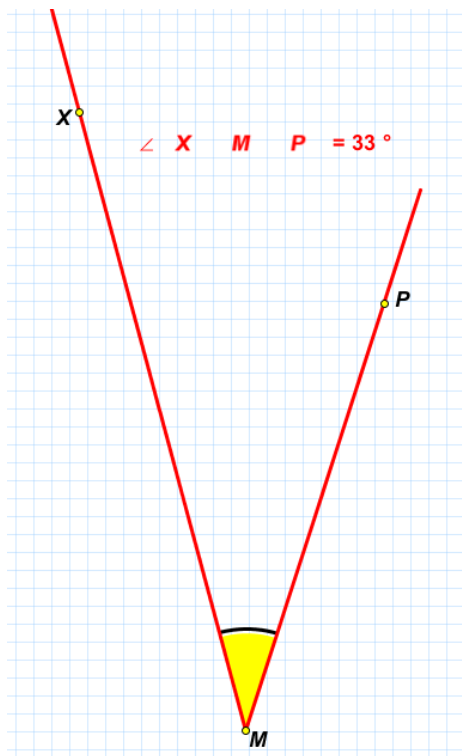


- VI. Построим  $MY$  - биссектрису  $\angle ZMX$  ( на этом рисунке биссектриса не проведена, она построена на следующем рисунке ниже)

- VII.  $\angle XMY = 3^\circ$

VIII. Теперь построим  $\angle YMP$ ,  $\angle YMP = 11 \angle XMY$

IX.  $\angle YMP = 33^\circ$



### Задача 2

Дано:  $\angle ABC = 33^\circ$

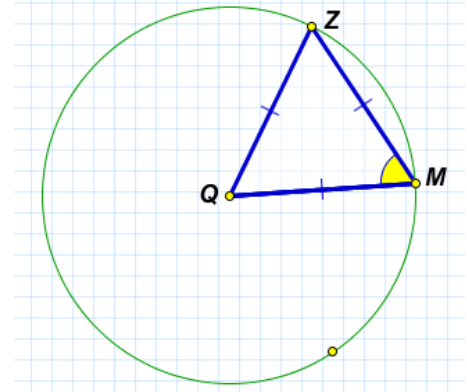
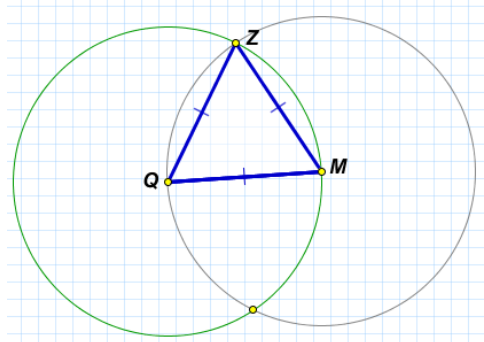
Построить: угол равный  $3^\circ$

Решение 1:

1. Построим равносторонний  $\triangle QMZ$

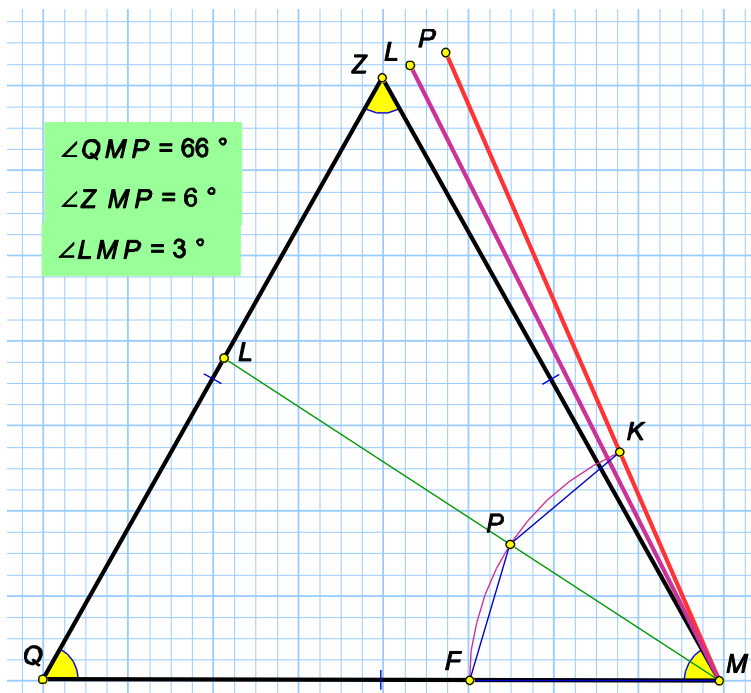
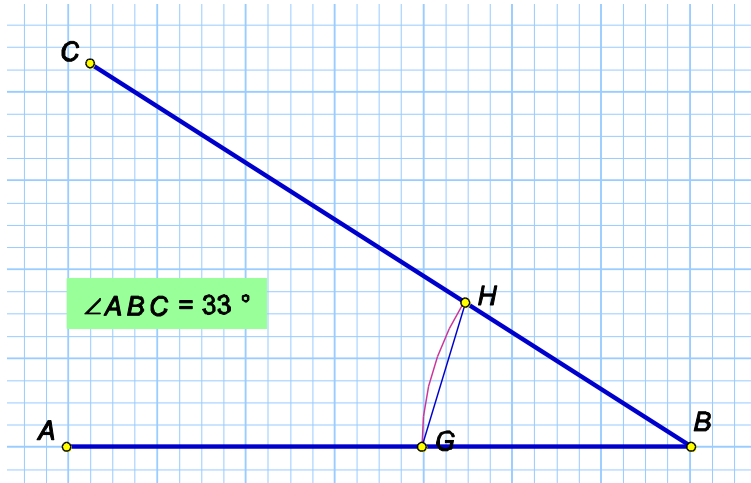


$$\angle Q M Z = 60^\circ$$



2. Построим  $\angle QMP = 2\angle ABC = 66^\circ$  ( $\angle QMZ = 60^\circ$ )

3.  $\angle ZMP = 6^\circ$

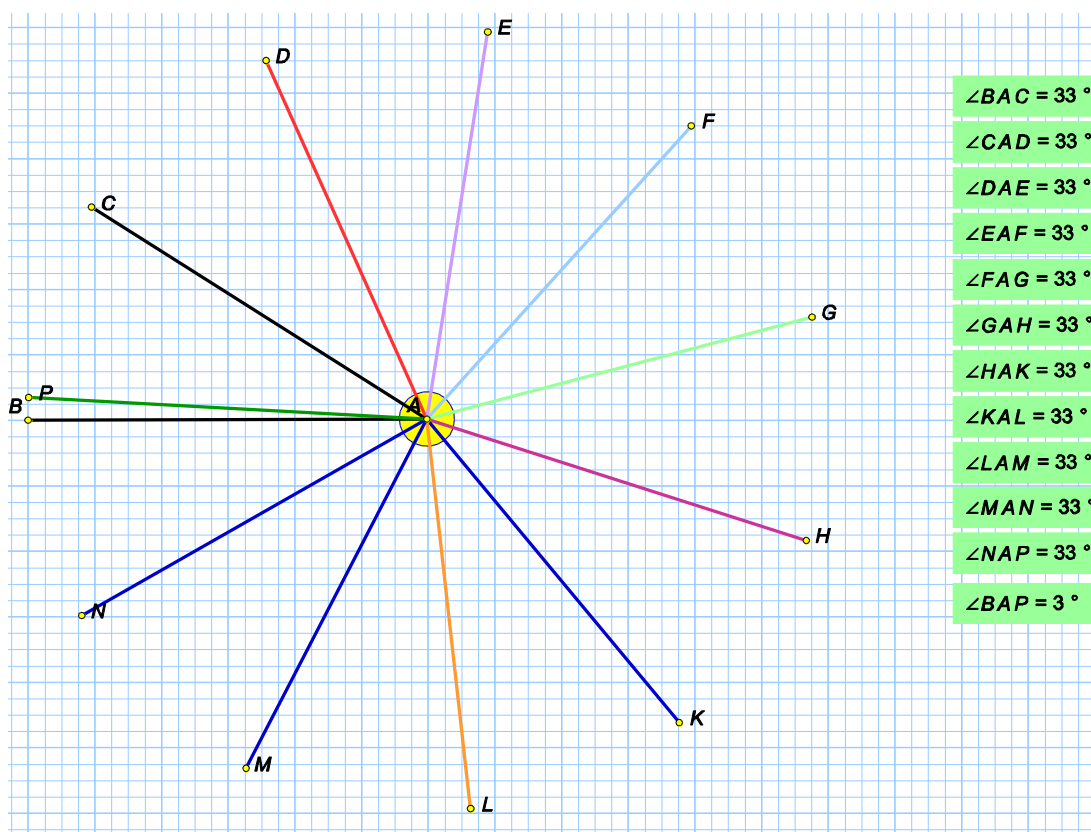


$ML$  – биссектриса  $\angle ZMP = 6^\circ$

4. Получаем  $\angle PML = 3^\circ$

### Решение 2:

1. Построим  $\angle BAP = 11 \angle ABC$  ( $\angle ABC = 33^\circ$  из предыдущего решения)
2. Большой  $\angle BAP = 363^\circ$  (большой  $\angle BAP = 11 \angle ABC$ )
3. Маленький  $\angle BAP = 3^\circ$



## Вывод

1. Я научился увереннее пользоваться основными геометрическими операциями при решении нестандартных задач, выходящих за рамки школьного учебника.

2. У меня получилось найти несколько способов решения задачи 2 (построить угол  $3^\circ$ , когда есть угол  $33^\circ$ ). В процессе решения приходилось много анализировать, сравнивать, аккуратно выполнять шаги изученных алгоритмов построения, делать промежуточные выводы.

3. Мне удалось достичь поставленных целей благодаря полученным знаниям на уроках и самостоятельному изучению дополнительных источников получения новых знаний.

4. Кроме того, я познакомился с программой «Математический конструктор» и показал возможность его практического применения при выполнении геометрических операций. Надеюсь, что приобретённые знания и опыт работы с такого рода задачами поможет мне самостоятельно применять знания в изменённых нестандартных ситуациях.

5. Подобрал аналогичные задачи для самостоятельного решения, предложил к ним свои решения и к некоторым из них выполнил построения при помощи программы «Математический конструктор». Возможно, мои решения и построения пригодятся для работы на уроках геометрии при решении задач на построение в классе. Может быть, эта работа заинтересует кого-нибудь, и этот кто-то попробует решить более сложные задачи, опираясь на предложенные. Возможно, на следующий год я и сам продолжу совершенствовать свои знания в этой теме.

## Используемые ресурсы

- Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б. и др. «Геометрия 7-9». – 3-е изд. – М. : Просвещение, 2014с.
- Инструменты: циркуль; линейка без делений
- 1С: Математический конструктор



## Приложение

### Задачи для самостоятельного решения

#### 1. Разделить $\angle 135^\circ$ на 3 равные части

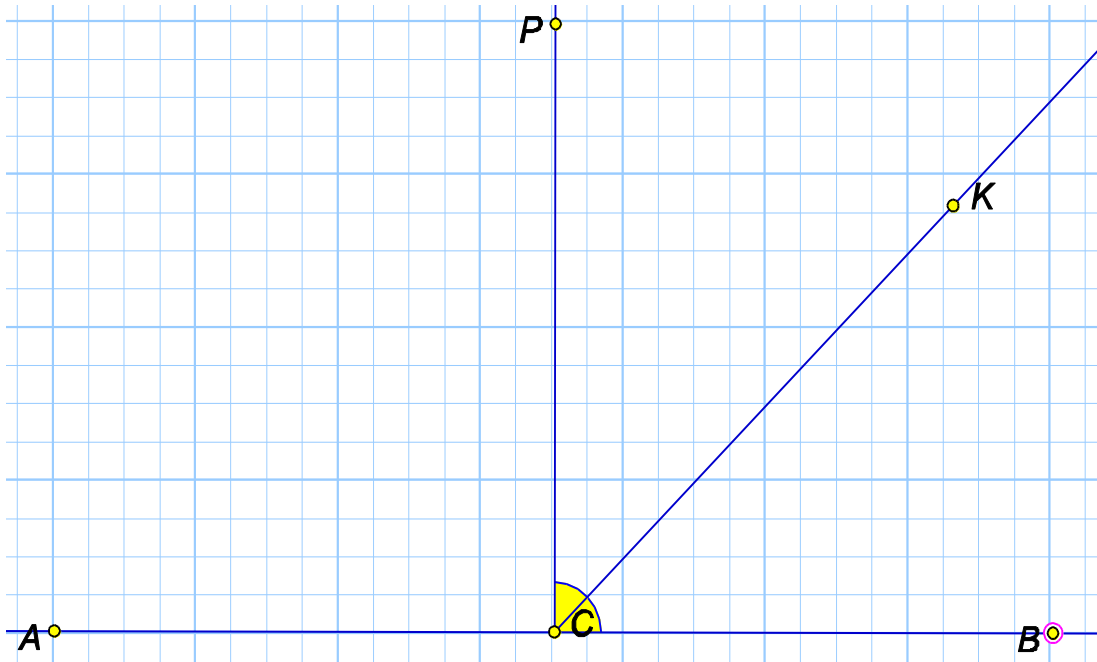
Дано:  $\angle XYZ = 135^\circ$

Разделить:  $\angle XYZ$  на 3 равные части

**Решение:** Т. к.  $135^\circ : 3 = 45^\circ$ , то построим сначала угол  $45^\circ$ .

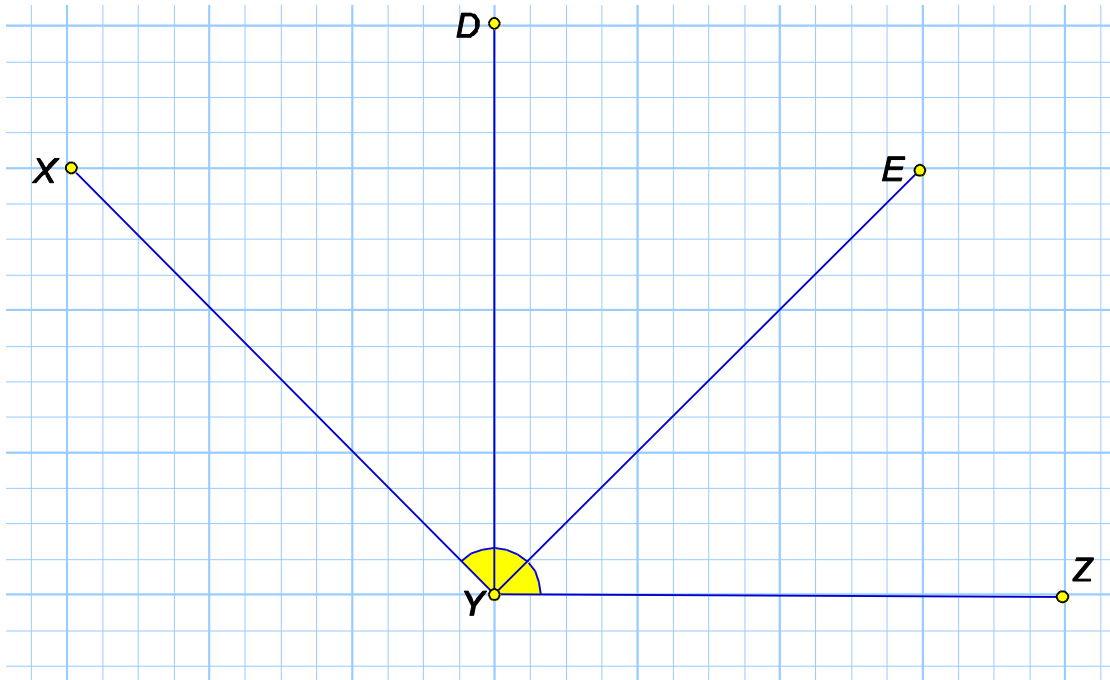
1. Построить прямую АВ

2. Построить перпендикуляр СР



3. Построить биссектрису СК  $\angle PCB = 90^\circ$  ( $\angle BCK = 45^\circ$ )

4. Разделить  $\angle XYZ = 135^\circ$  на три  $\angle BCK = 45^\circ$



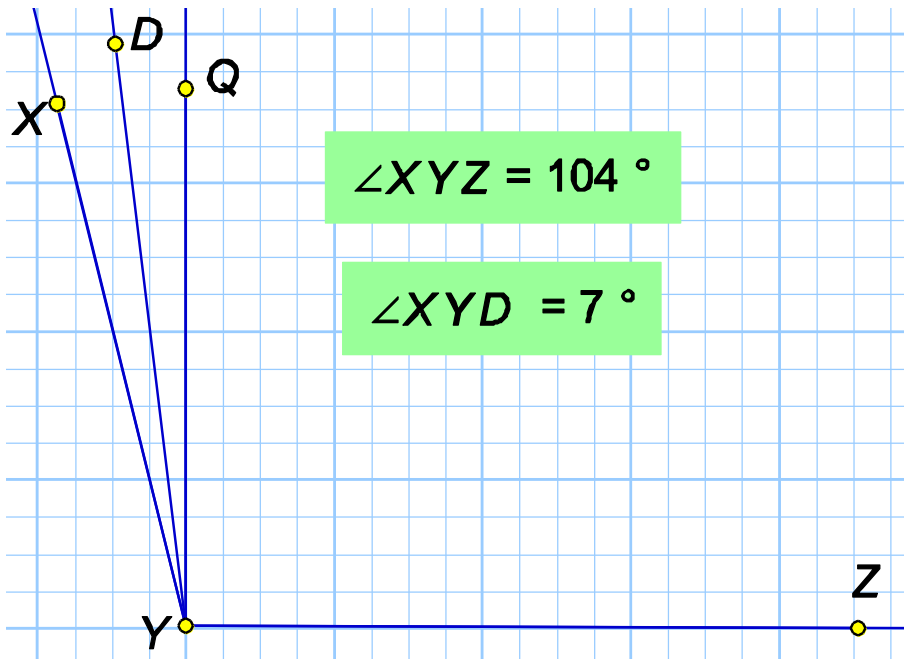
2. **Построить угол  $53^\circ$ , если есть угол  $104^\circ$ .**

Дано:  $\angle XYZ = 104^\circ$

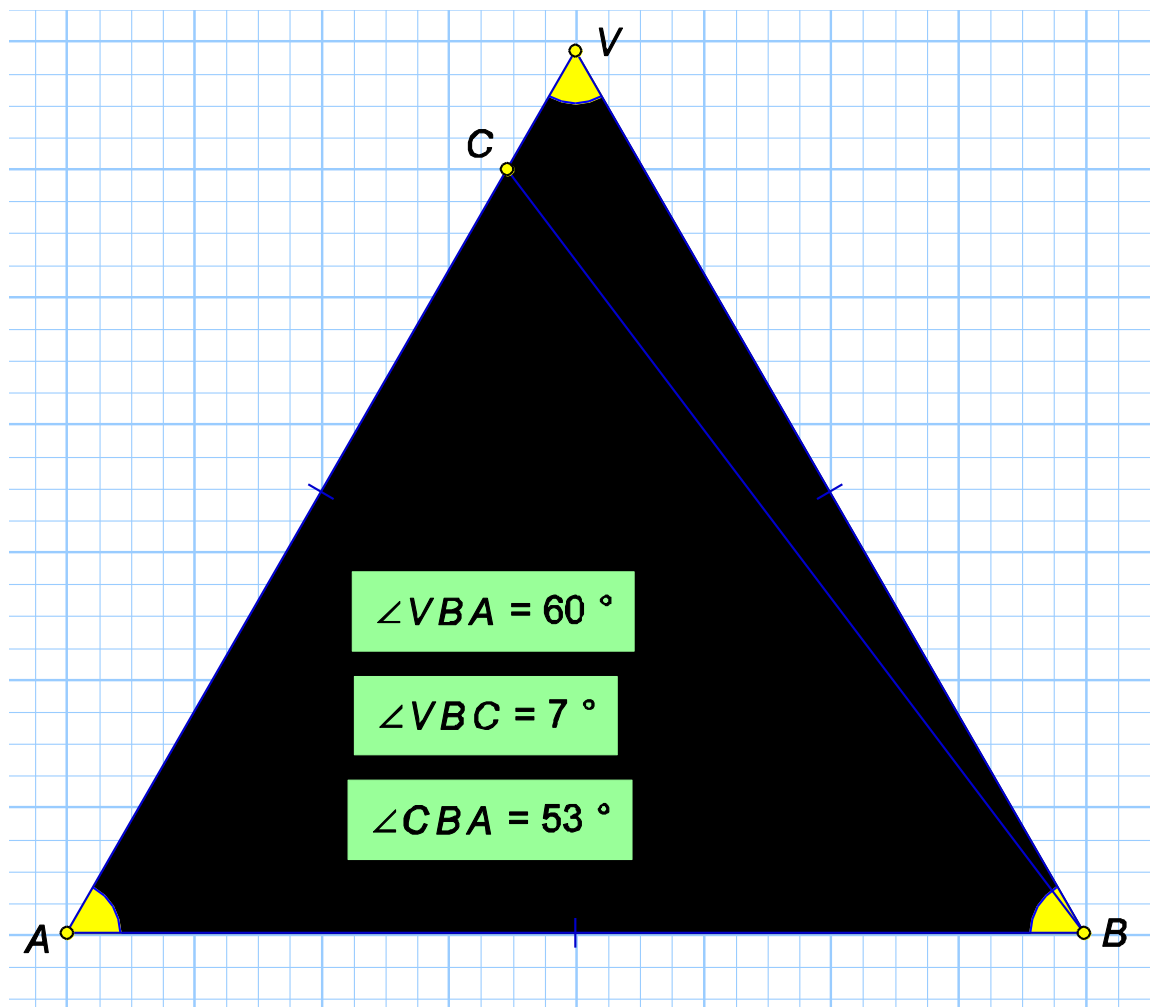
Построить:  $\angle ABC = 53^\circ$

**Решение:**

1. Построим  $\angle QYZ = 90^\circ$  в  $\angle XYZ = 104^\circ$ , тогда  $\angle QYX = 14^\circ$
2. Построим биссектрису  $YD$   $\angle QYX = 14^\circ$ , получим  $\angle QYD = 7^\circ$
3. Далее построив равносторонний треугольник, отложим от одного из его углов полученный угол в  $7^\circ$ .



Построим равносторонний  $\triangle ABV$ ,  $\angle ABV = 60^\circ$ .



4. Построим  $\angle VBC = \angle QYD = 7^\circ$       5. Получим  $\angle ABC = 53^\circ$ .

3. **Разделить угол  $66^\circ$  на 11 равных частей (при условии, что этот угол уже построен и его величина известна).**

**Решение:** Т.к.  $66^\circ : 11 = 6^\circ$ , то для решения этой задачи опять воспользуемся углом равностороннего треугольника, который равен  $60^\circ$ . Следовательно, получаем  $66^\circ - 60^\circ = 6^\circ$ , а далее строим угол в  $6^\circ$  десять раз подряд в угле  $60^\circ$ . При этом получаем всего 11 углов по  $6^\circ$ .

4. **Разделить угол в  $45^\circ$  на три равные части (при условии, что этот угол не построен).**

**Решение:** Угол  $45^\circ$  можно построить так: сначала строим биссектрису развёрнутого угла  $180^\circ$ , получаем угол  $90^\circ$ , затем строим его биссектрису и получаем угол  $45^\circ$ . Т. к. нам нужно поделить угол на три равные части, то  $45^\circ : 3 = 15^\circ$ . Получить этот угол можно двумя способами: 1) взять угол равностороннего треугольника  $60^\circ$  и построить его биссектрису, т. е. получить угол  $30^\circ$ , затем построить биссектрису угла  $30^\circ$  и получить угол  $15^\circ$ ; 2) опять взять угол равностороннего треугольника  $60^\circ$  и отложить его от одной из сторон угла в  $45^\circ$  в одну сторону, тогда разность между углами будет равна  $15^\circ$ . Ну, а дальше трижды отложить угол  $15^\circ$  в угле  $45^\circ$  и получатся три угла по  $15^\circ$ .

5. **Разделить угол  $50^\circ$  на 10 равных углов (при условии, что этот угол уже построен и его величина известна).**

**Решение:** Т.к.  $50^\circ : 10 = 5^\circ$ , то для решения этой задачи воспользуемся углом  $60^\circ$  – углом равностороннего треугольника. Получаем  $60^\circ - 50^\circ = 10^\circ$ , дальше строим биссектрису угла в  $10^\circ$  и получаем угол в  $5^\circ$ , затем десять раз подряд в угле  $50^\circ$  откладываем углы, равные  $5^\circ$  и получаем 10 равных углов по  $5^\circ$ .

6. **Разделить угол  $72^\circ$  на 6 равных углов (при условии, что этот угол уже построен и его величина известна).**

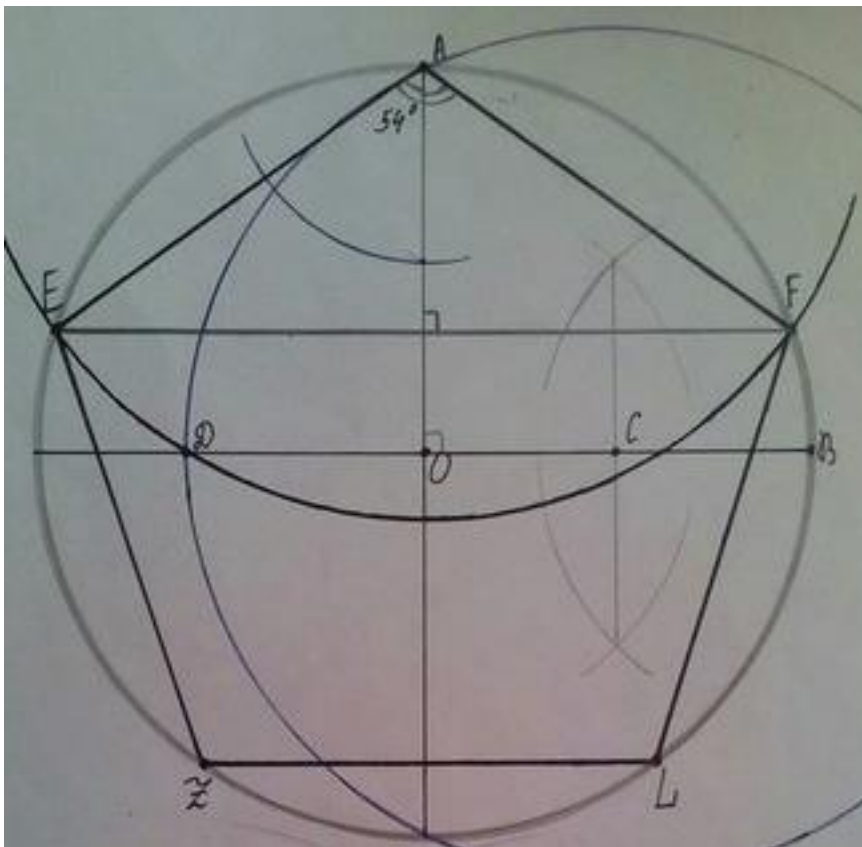
**Решение:** Т.к.  $72^\circ : 6 = 12^\circ$ , то для решения этой задачи снова воспользуемся углом  $60^\circ$  – углом равностороннего треугольника, строим его в угле  $72^\circ$ .

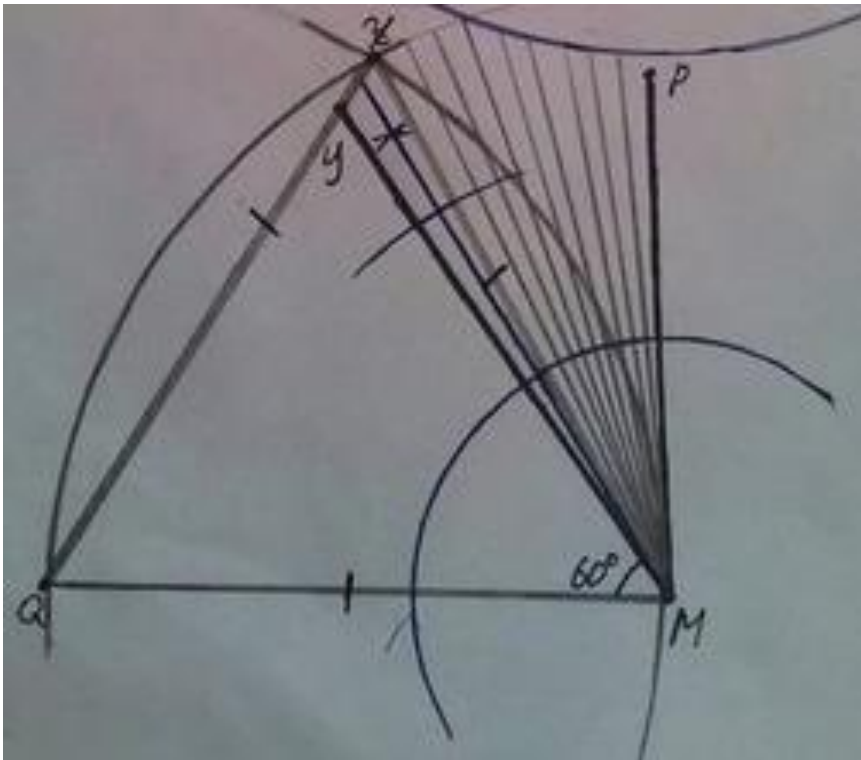


Получаем  $72^\circ - 60^\circ = 12^\circ$ , теперь строим пять раз угол  $12^\circ$  в угле  $60^\circ$  и получаем шесть углов по  $12^\circ$  в угле  $72^\circ$ .

### Оригиналы построения

#### Задача 1:





**Задача 2:**

